

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1- TREĆA DOMAĆA ZADAĆA

1. Neka su $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ i $f, g, h \subseteq X \times Y$ relacije zadane s $f = \{(1, a), (2, d), (3, a), (4, b)\}$, $g = \{(1, a), (2, b), (2, c), (3, d)\}$, $h = \{(1, b), (2, d), (3, a), (4, c)\}$. Koje su od tih relacija funkcije / injekcije / surjeksije / bijeksije s domenom X i kodomenom Y ?
2. Dokažite da su sljedeće funkcije bijeksije i odredite njima inverzne funkcije:
 - (a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 7$,
 - (b) $g : [0, +\infty) \rightarrow (0, 1]$, $g(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$,
 - (c) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $h(x, y) = (2x - 7y, 3y - x)$.
3. Dokažite da je komponiranje funkcija asocijativno. Nađite primjer funkcija $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takvih da je $f \circ g \neq g \circ f$.
4. Nađite:
 - (a) $M(3451, 2842)$
 - (b) $M(226304, 483327)$
 - (c) $M(1976072, 4866752)$.
5. Izračunajte $M(3 \cdot 2^{2010} - 3, 3 \cdot 2^{2007} + 3 \cdot 2^{2010} - 6)$.
6. Odredite ostatak pri dijeljenju 2^{30} sa 13.
7. Odredite ostatak pri dijeljenju $2^{359} + 2^{19} \cdot 15^{18}$ sa 31.
8. Odredite ostatak pri dijeljenju 50^{63} s 12.
9. Dokažite da je za sve $n \in \mathbb{N}$ broj $n^3 - n$ djeljiv s 3, a broj $n^5 - n$ djeljiv s 5.
10. Dokažite $7|3^{2n+1} + 2^{n+2}$ za sve $n \in \mathbb{N}$.