

# ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

## Prva domaća zadaća

1. Koje su od sljedećih rečenica izjave:

- (a) Voda vrije na  $100^{\circ}\text{C}$ .
- (b) Mimosmjerni pravci nemaju zajedničkih točaka.
- (c) Koliko je  $2^5 - 6$ ?
- (d)  $e$  je baza prirodnih logaritama.
- (e) Izračunajte  $15.3^2 + \sqrt{17}$ .
- (f) Jedan radijan iznosi  $58^{\circ}$ .
- (g) Funkcija  $f$  je neparna ako je  $f(-x) = f(x)$ .
- (h)  $x = 7$  je rješenje jednadžbe  $x^2 = a$ .
- (i)  $x = 7$  je rješenje jednadžbe  $x^2 = 25$ .
- (j) Ostatak pri dijeljenju 5 s 2 je 0.

2. Napišite negacije sljedećih izjava:

- (a) Vani je toplo ako i samo ako je sunčano vrijeme.
- (b)  $(\exists x \in \mathbb{R})(x^2 + x + 1 = 0)$
- (c) Ako je 32 djeljivo s 8, onda je djeljivo i s 4.
- (d) Sava utječe u Dunav i broj 8 je paran.
- (e) Jarun nije more ili je 2 realan broj.
- (f) Ako je broj djeljiv s 3, onda je djeljiv i s 9.
- (g)  $(\exists n \in \mathbb{N})(n^2 = 3)$
- (h)  $(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\sqrt{x} > 0)$
- (i)  $(\exists a \in \mathbb{R})(\forall \varepsilon > 0)(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N})(n \geq n_0 \Rightarrow |\frac{1}{n} - a| < \varepsilon)$

3. Provjerite istinitost izjava iz prethodnog zadatka.

4. Sljedeće rečenice zapišite pomoću kvantifikatora i odredite im istinitost:

- (a) Umnožak dvaju parnih brojeva uvijek je djeljiv s 4.
- (b) Postoji realan broj koji je djeljiv svakim prirodnim brojem.
- (c) U skupu realnih brojeva postoji broj koji pomnožen s bilo kojim realnim brojem daje samog sebe.
- (d) Između svaka dva racionalna broja postoji realan broj.
- (e) Svaki prirodan broj pomnožen s 1 daje samog sebe.
- (f) Nije istina da je 1 djeljiv sa svakim prirodnim brojem.
- (g) Svaki realan broj manji je od svog kuba.

- (h) Broj 0 je manji od svakog kompleksnog broja.
- (i) Za svaki realan broj postoji realan broj dvostruko veće apsolutne vrijednosti od njega.
- (j) Za svaka dva realna broja postoji prirodan broj koji je veći od njihovog umnoška.
- (k) Za svaka dva realna broja apsolutna vrijednost njihovog zbroja manja je ili jednaka zbroju njihovih apsolutnih vrijednosti.

Zapišite zatim negacije tih rečenica.

5. Napišite obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji sljedećih implikacija i odredite istinitost svih zadanih i dobivenih tvrdnji.
  - (a)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x^3 = y^3 \Rightarrow x = y)$
  - (b)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(\log_x 10 = y \Rightarrow 10 = x^y)$
  - (c)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x < y \Rightarrow x^2 < y^2)$
  - (d)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(xy < 0 \Rightarrow (x < 0 \text{ ili } y < 0))$
  - (e) Ako su dva trokuta sukladna, onda imaju jednake površine i opsege.
  - (f) Ako središte trokutu opisane kružnice leži na jednoj od njegovih stranica, onda je trokut pravokutan.
  - (g) Ako trokuti nemaju jednake stranice, onda su im površine jednake.
6. Zadana je tvrdnja: "Za svaka dva prirodna broja vrijedi: ako su oba djeljiva s 2, onda postoji prirodan broj dvostruko manji od njihovog zbroja."
  - (a) Zapišite zadanu tvrdnju simbolima.
  - (b) Zapišite simbolima njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite zatim riječima sve dobivene tvrdnje.
  - (c) Odredite istinitost zadane i dobivenih tvrdnji. Obrazložite.
7. Zapis  $(\forall x \in S)A(x)$  pokrata je za formulu  $(\forall x)(x \in S \Rightarrow A(x))$ . Zapis  $(\exists x \in S)B(x)$  pokrata je za formulu  $(\exists x)(x \in S \wedge B(x))$ . Nađite negacije tih dvaju formula i njihove pokrate.
8. \* Nađite primjer kojim ćete pokazati da formula  $(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$  nije ekvivalentna formuli  $(\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$ .
9. \* Nađite primjer kojim ćete pokazati da formula  $(\forall x)(A(x) \vee B(x))$  nije ekvivalentna formuli  $(\forall x)A(x) \vee (\forall x)B(x)$ .
10. \* Zapišite formulu  $(\forall x)(A \Rightarrow B(x))$  i formulu  $A \Rightarrow (\forall x)B(x)$  pomoću logičkih veznika  $\wedge, \vee, \neg$  i kvantifikatora. Nađite primjer kojim pokazujete da te dvije formule nisu ekvivalentne ili dokažite da su ekvivalentne.
11. \* Zapišite formulu  $(\exists x)(A \Rightarrow B(x))$  i formulu  $A \Rightarrow (\exists x)B(x)$  pomoću logičkih veznika  $\wedge, \vee, \neg$  i kvantifikatora. Nađite primjer kojim pokazujete da te dvije formule nisu ekvivalentne ili dokažite da su ekvivalentne.