Kongruencije:

Zadatak: Odredite ostatak pri dijeljenju 3^{71} s 41.

Naći ćemo neku potenciju od 3 koja daje lijep ostatak pri dijeljenju s 41 (onaj koji je lako potencirati!)

$3 \equiv 3 \pmod{41}$

$3^2 \equiv 9 \pmod{41}$

$3^3 \equiv 27 \pmod{41}$

$3^4 \equiv 81 \equiv 40 \equiv -1 \pmod{41}$

OVO NAM SE SVIĐA!

$$3^{71} = 3^{4\cdot 17+3} = (3^4)^{17}\cdot 3^3 \equiv (-1)^{17}\cdot 27 = -27 \equiv 14 \pmod{41}$$

ovo je ostatak jer je $0 \le 14 < 41$.

$\left(\begin{array}{l} 71:4=17 \\ 31 \\ \ \ 3 \end{array}\right)$

Dakle, 3^{71} MOD $41 = 14$.

Zadatak Odredite ostatak pri dijeljenju

$225^{52}\cdot 113^{23}\cdot 557^{29} + 240^{157}\cdot 518^{258}$ ← označimo ovo sa Δ

s 37.

Prvo ćemo pojednostaviti naš izraz:

$225 \equiv 3 \pmod{37}$ → (Dakle, $225^{52} \equiv 3^{52} \pmod{37}$) ← jednostavnije!

$113 \equiv 2 \pmod{37}$

$557 \equiv 2 \pmod{37}$

$240 \equiv 18 \pmod{37}$

$518 \equiv 0 \pmod{37}$

$$\Delta \equiv 3^{52}\cdot 2^{23}\cdot 2^{29} + \underbrace{18^{157}\cdot 0^{258}}_{\text{ovo je nula}} \equiv 3^{52}\cdot 2^{52} \equiv 6^{52} \pmod{37}$$

$\Delta \equiv 6^{52} \pmod{37}$

↑ tražimo potenciju od 6 s lijepim ostatkom!

$6 \equiv 6 \pmod{37}$

$6^2 \equiv 36 \equiv -1 \pmod{37}$ ← TO!

$$\Delta \equiv 6^{52} \equiv (6^2)^{26} \equiv (-1)^{26} \equiv 1 \pmod{37}$$

$0 \le 1 < 37$ pa je 1 ostatak!

Dakle, Δ MOD $37 = 1$.