SKUP - osnovni pojam

množina, mnoštvo, grupa, skupina,

kolekcija, familija, porodica, klasa,. . .

cjelina sastavljena od (njenih) osnovnih dijelova

Primjeri

skup svih studenata prve godine matematike

skup svih vrsta riba koje žive u Jadranskom moru

skup svih kvadrata u ravnini

kružnica

skupovi: A, B, S,...

elementi (članovi) skupa S

$x \in S$, x je element skupa S, x pripada skupu S

$y \notin S$, y nije element od S, y ne pripada skupu S

Teorija skupova – Georg Cantor

Kako zadati skup?

- navođenjem svih elemenata (popis)

$$S = \{a, e, i, o, u\}$$

- propisom, isticanjem karakterističnog svojstva

  $\{x \mid P(x)\}$

  skup svih prostih brojeva $= \{p \mid p \text{ je prost broj}\}$

$$A = \{x, y, z, \ldots\}$$

$$B = \{1, 3, 5, \ldots, 37\}$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\} = \{1, 2, 3, \ldots, n, n+1, \ldots\}$$

$$\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x^2 - 5x + 6 < 0\right\}$$

U geometriji... **geometrijsko mjesto točaka**

Kružnica: $K(S, R) = \{T \in \pi \mid |TS| = R\}$.

Simetrala kuta $\sphericalangle AOB$

$P(T) =$ "točka T je jednako udaljena od krakova kuta $\sphericalangle AOB$"

$Q(T) =$ "vrijedi $\sphericalangle AOT = \sphericalangle TOB$"

Oprez!!

Ne određuje svako svojstvo neki skup.

Russelov paradoks

U nekom selu brijač brije sve one ljude koji se ne briju sami i samo njih. Brije li brijač samoga sebe?

$$X = \{S \mid S \notin S\}$$

Vrijedi li $X \in X$ ili $X \notin X$?

Ako je svaki element skupa A ujedno i element skupa B, onda kažemo da je A **podskup** od B, i pišemo $A \subseteq B$.

$$\forall a \ (a \in A \Rightarrow a \in B)$$

A je sadržan u B.

B sadrži A. B je nadskup od A.

Ako je $A \subseteq B$ i postoji $b \in B$ takav da $b \notin A$, onda kažemo da je A **pravi podskup** od B i pišemo $A \subset B$ ili $A \subsetneq B$.

Jednakost skupova

Skupove smatramo jednakima ako i samo ako se sastoje od istih elemenata.

$$\forall x \quad (x \in A \ \Leftrightarrow \ x \in B)$$

$$A = B \quad \Longleftrightarrow \quad (A \subseteq B \ \text{ i } \ B \subseteq A)$$

Kako dokazati/provjeriti jesu li dva skupa jednaka?

Ako dva skupa nisu jednaka, $A \neq B$

$$A \neq B \quad \Longleftrightarrow \quad (A \not\subseteq B \text{ ili } B \not\subseteq A)$$

$$A \not\subseteq B \quad \Longleftrightarrow \quad (\exists a)(a \in A \text{ i } a \notin B)$$

Propozicija:

$$(\forall A) \qquad A \subseteq A$$

$$(\forall A, B, C) \qquad (A \subseteq B \text{ i } B \subseteq C) \Rightarrow A \subseteq C$$

$$(\forall A, B, C) \qquad (A = B \text{ i } B = C) \Rightarrow A = C$$

Prazan skup – skup bez ijednog elementa. $\emptyset$

Primjer:

$$\left\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 0\right\} = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 = 3\right\} = \emptyset$$

Oprez! $\{\emptyset\} \neq \emptyset$

Prazan skup je podskup svakog skupa.

Ima li prazan skup podskupove?

Univerzalni skup $\mathcal{U}$

Vennov dijagram

Partitivni skup nekog skupa je skup svih njegovih podskupova.

$$\mathcal{P}(S) = \{A \mid A \subseteq S\}$$

Presjek skupova A i B $(A, B \subseteq \mathcal{U})$ je skup

$$A \cap B = \{x \in \mathcal{U} \mid x \in A \text{ i } x \in B\}$$

Unija skupova A i B $(A, B \subseteq \mathcal{U})$ je skup

$$A \cup B = \{x \in \mathcal{U} \mid x \in A \text{ ili } x \in B\}$$

Razlika skupova A i B $(A, B \subseteq \mathcal{U})$ je skup

$$A \setminus B = \{x \in \mathcal{U} \mid x \in A \text{ i } x \notin B\}$$

OPREZ! $\quad A \setminus B \neq B \setminus A$

Komplement skupa A ($A \subseteq \mathcal{U}$) je skup

$$A^c = \overline{A} = \mathcal{U} \setminus A = \{x \in \mathcal{U} \mid x \notin A\}$$

Kažemo da su dva skupa **disjunktna** ako je njihov presjek prazan skup.

Teorem: Za skupove $A, B, C \subseteq \mathcal{U}$ vrijedi

$$A \cap B = B \cap A \qquad A \cup B = B \cup A$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \qquad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$A \cup (A \cap B) = A \qquad A \cap (A \cup B) = A$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cap A^c = \emptyset \qquad A \cup A^c = \mathcal{U}$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset \qquad A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap \mathcal{U} = A \qquad A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \qquad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$A \cap A = A \qquad A \cup A = A$$

$$(A^c)^c = A \qquad \emptyset^c = \mathcal{U} \qquad \mathcal{U}^c = \emptyset$$