

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 1.**

- (a) Definirajte sljedeće pojmove: ekvipotentni skupovi, relacija kongruencije modulo  $n$ .
- (b) Dokažite da je relacija kongruencije modulo  $n$  relacija ekvivalencije nad  $\mathbb{Z}$ . Neka je  $[1]$  klasa ekvivalencije broja 1 za relaciju kongruencije modulo 3. Dokažite da je  $[1]$  prebrojiv skup.
- (c) Neka su  $f, g, h \in \mathbb{R}[x]$  polinomi takvi da  $h \neq 0$  i  $fh = gh$ . Dokažite da vrijedi  $f = g$ .
- d) Iskažite teorem o dijeljenju sa ostatkom za polinome.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 2.** Dokažite da je broj

$$mn(m^{10} - n^{10})$$

djeljiv s 33, za svaki  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 3.** Polinom  $f \in \mathbb{R}[x]$  pri dijeljenju s

$$p(x) = x^2 - 4x + 4$$

daje ostatak  $2x + 6$ , a pri dijeljenju s

$$q(x) = x + 2$$

ostatak 4. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f$  polinomom  $p \cdot q$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 4.** Odredite sve polinome  $f \in \mathbb{R}[x]$  koji zadovoljavaju

$$(x + 1)f(x) = (x - 2)f(x + 1), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Sve svoje tvrdnje dokažite.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 5.**

- (a) Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije

$$r(x) = \frac{11}{(x+2)^3(x-1)(x^2+3x-4)(x^2+3x+3)^2}$$

Koeficijente rastava na parcijalne razlomke ne morate računati.

- (b) Hornerovim algoritmom izračunajte  $f(-4)$ , ako je

$$f(x) = 2x^7 + 3x^6 - 330x^3 - 37x^2 + 6x.$$

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 1.**

- (a) Definirajte sljedeće pojmove: ekvipotentni skupovi, relacija kongruencije modulo  $n$ .
- (b) Dokažite da je relacija kongruencije modulo  $n$  relacija ekvivalencije nad  $\mathbb{Z}$ . Neka je  $[1]$  klasa ekvivalencije broja 1 za relaciju kongruencije modulo 3. Dokažite da je  $[1]$  prebrojiv skup.
- (c) Neka su  $f, g, h \in \mathbb{R}[x]$  polinomi takvi da  $h \neq 0$  i  $fh = gh$ . Dokažite da vrijedi  $f = g$ .
- d) Iskažite teorem o dijeljenju sa ostatkom za polinome.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 2.** Dokažite da je broj

$$mn(m^{12} - n^{12})$$

djeljiv s 35, za svaki  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 3.** Polinom  $f \in \mathbb{R}[x]$  pri dijeljenju s

$$s(x) = x^2 + 6x + 9$$

daje ostatak  $3x + 9$ , a pri dijeljenju s

$$t(x) = x - 3$$

ostatak 6. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f$  polinomom  $s \cdot t$ .



**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 4.** Odredite sve polinome  $g \in \mathbb{R}[x]$  koji zadovoljavaju

$$(x - 1)g(x + 2) = (x + 2)g(x + 1), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Sve svoje tvrdnje dokažite.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

Drugi kolokvij – 3. veljače 2017.

**Zadatak 5.**

- (a) Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije

$$r(x) = \frac{15}{(2x^2 + 3x + 2)^3(x - 11)^2(x - 4)(x^2 - 3x - 4)}$$

Koeficijente rastava na parcijalne razlomke ne morate računati.

- (b) Hornerovim algoritmom izračunajte  $f(-5)$ , ako je

$$f(x) = 3x^7 + 2x^6 - 66x^5 - 140x^2 - 70x.$$