

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 1.

- (a) Definirajte sljedeće pojmove: relacija ekvivalencije, kvocijentni skup.
- (b) Neka je $P_c = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = c\}$. Dokažite da je skup $\mathcal{P} = \{P_c : c \in \mathbb{R}, c \geq 0\}$ particija skupa \mathbb{R}^2 . **Uputa:** Provjerite po definiciji particije svojstva skupa \mathcal{P} .
- (c) Da li postoji relacija ρ na \mathbb{R}^2 takva da vrijedi $\mathbb{R}^2/\rho = \mathcal{P}$? Ako da, precizno opišite relaciju ρ matematičkim simbolima.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 2. Zadan je sud $(\forall n \in \mathbb{N})(\forall m \in \mathbb{N})((n|m^3) \Rightarrow (n|m \vee m|n))$.

- (a) Zapišite simbolima i riječima negaciju zadanog suda.
- (b) Zapišite simbolima i riječima obrat po kontrapoziciji zadanog suda.
- (c) Ispitajte je li zadani sud istinit. Obrazložite odgovor.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 3. Na partitivnom skupu $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ skupa prirodnih brojeva zadana je binarna relacija τ definirana sa

$$A \tau B \stackrel{def}{\iff} A \cap B \neq \emptyset \wedge A \cup B = \mathbb{N}.$$

- (a) Odredite je li relacija τ refleksivna, simetrična, antisimetrična, tranzitivna. Sve svoje tvrdnje dokažite.
- (b) Odredite najmanju relaciju ekvivalencije koja sadrži relaciju τ . Obrazložite.
- (c) Odredite najveću relaciju ekvivalencije koja je sadržana u relaciji τ . Obrazložite.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 4. Neka su U i V dva skupa te $A \subseteq U$ i $B \subseteq V$ njihovi podskupovi.

(a) Dokažite da vrijedi sljedeća jednakost:

$$(U \times V) \setminus (A \times B) = ((U \setminus A) \times V) \cup (U \times (V \setminus B)).$$

(b) Ako je $U = \mathbb{R}$, $V = [1, \infty)$, $A = \mathbb{R}$ i $B = \langle 1, 2]$, odredite $(U \times V) \setminus (A \times B)$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 5. Matematičkom indukcijom dokažite da je za svaki cijeli broj $n \geq 0$ broj

$$13^{n+2} + 14^{2n+1}$$

djeljiv sa 183.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 1.

- (a) Definirajte sljedeće pojmove: relacija ekvivalencije, kvocijentni skup.
- (b) Neka je $P_c = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = c\}$. Dokažite da je skup $\mathcal{P} = \{P_c : c \in \mathbb{R}, c \geq 0\}$ particija skupa \mathbb{R}^2 . **Uputa:** Provjerite po definiciji particije svojstva skupa \mathcal{P} .
- (c) Da li postoji relacija ρ na \mathbb{R}^2 takva da vrijedi $\mathbb{R}^2/\rho = \mathcal{P}$? Ako da, precizno opišite relaciju ρ matematičkim simbolima.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 2. Zadan je sud $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R})((a^3 > b^3) \Rightarrow (a > b \wedge a^2 > b^2))$.

- (a) Zapišite simbolima i riječima negaciju zadanog suda.
- (b) Zapišite simbolima i riječima obrat po kontrapoziciji zadanog suda.
- (c) Ispitajte je li zadani sud istinit. Obrazložite odgovor.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 3. Na partitivnom skupu $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$ skupa cijelih brojeva zadana je binarna relacija σ definirana sa

$$A \sigma B \stackrel{def}{\Leftrightarrow} A \cap B = \emptyset \wedge A \cup B \neq \mathbb{Z}.$$

- (a) Odredite je li relacija σ refleksivna, simetrična, antisimetrična, tranzitivna. Sve svoje tvrdnje dokažite.
- (b) Odredite najmanju relaciju ekvivalencije koja sadrži relaciju σ . Obrazložite.
- (c) Odredite najveću relaciju ekvivalencije koja je sadržana u relaciji σ . Obrazložite.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 4. Neka su X i Y dva skupa te $A \subseteq X$ i $B \subseteq Y$ njihovi podskupovi.

(a) Dokažite da vrijedi sljedeća jednakost:

$$(X \times Y) \setminus (A \times B) = ((X \setminus A) \times Y) \cup (X \times (Y \setminus B)).$$

(b) Ako je $X = \langle 0, +\infty \rangle$, $Y = \langle -\infty, 0 \rangle$, $A = \langle 0, 1 \rangle$ i $B = \langle -1, 0 \rangle$, odredite

$$(X \times Y) \setminus (A \times B).$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 25. studenog 2016.

Zadatak 5. Matematičkom indukcijom dokažite da je za svaki cijeli broj $n \geq 0$ broj

$$12^{n+2} + 13^{2n+1}$$

djeljiv sa 157.