JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 1. Odredite ostatak pri dijeljenju broja

$$2011^{\left(2014^{2015}\right)}$$

s 18.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 2. Odredite sve $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ takve da je:

$$x^6 + x^3 f''(x) = f(x^3) + x^3$$

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 3. Odredite koeficijente a i b polinoma

$$f(x) = x^5 + ax^4 + 2x^3 - 4x^2 + bx + 6 \in \mathbb{Z}[x]$$

te njegove nultočke ako je poznato da je suma nultočaka (računajući njihove kratnosti) jednaka 2, jedna nultočka je $\sqrt{3}i$ i barem jedna nultočka je cjelobrojna.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 4.

a) Riješite sustav:

$$
\begin{aligned}
&x + y + z = 4\\
&x^2 + y^2 + z^2 = 6\\
&\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{y} = 7.
\end{aligned}
$$

b) Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije:

$$q(x) = \frac{1}{(x-1)^3(x^2+1)^2(x+3)^2}.$$

Koeficijente ne trebate računati.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 5.

a) Definirajte pojam nultočke polinoma i kratnosti nultočke.

b) Pretpostavimo da je $\alpha \in \mathbb{C}$ istovremeno nultočka kratnosti p polinoma $f \in \mathbb{C}[x]$ i nultočka kratnosti q polinoma $g \in \mathbb{C}[x]$. Da li je α također nultočka polinoma $f+g$ i fg? Što možete reći o njezinoj kratnosti? Sve svoje tvrdnje precizno formulirajte i dokažite.

c) Neka je f polinom s cjelobrojnim koeficijentima. Dokažite da je 1 nultočka od f ako i samo ako $n|f(n+1)$ za sve prirodne brojeve n.

JMBAG

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 1. Odredite ostatak pri dijeljenju broja

$$2013^{\left(2008^{2015}\right)}$$

s 26.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 2. Odredite sve $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ takve da je:

$$2x^3 + f(x^2) = x^2 f'(x) + x^4$$

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 3. Odredite koeficijente a i b polinoma

$$f(x) = x^5 + ax^4 - 7x^3 + 7x^2 + bx + 18 \in \mathbb{Z}[x]$$

te njegove nultočke ako je poznato da je suma nultočaka (računajući njihove kratnosti) jednaka 1, jedna nultočka je $\sqrt{2}i$ i barem jedna nultočka je cjelobrojna.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 4.

a) Riješite sustav:

$$\begin{aligned}
&x + y + z = 2\\
&x^2 + y^2 + z^2 = 6\\
&\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{y} = -2.
\end{aligned}$$

b) Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije:

$$q(x) = \frac{1}{(x-5)^4(x^2+2)^2(x+1)^2}.$$

Koeficijente ne trebate računati.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 26. siječnja 2015.

Zadatak 5.

a) Definirajte pojam nultočke polinoma i kratnosti nultočke.

b) Pretpostavimo da je $\alpha \in \mathbb{C}$ istovremeno nultočka kratnosti p polinoma $f \in \mathbb{C}[x]$ i nultočka kratnosti q polinoma $g \in \mathbb{C}[x]$. Da li je α također nultočka polinoma $f+g$ i fg? Što možete reći o njezinoj kratnosti? Sve svoje tvrdnje precizno formulirajte i dokažite.

c) Neka je f polinom s cjelobrojnim koeficijentima. Dokažite da je -1 nultočka od f ako i samo ako $n|f(n-1)$ za sve prirodne brojeve n.