MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studenog 2013.

(Knjige, bilježnice, dodatni papiri i kalkulatori **nisu** dozvoljeni!)

Zadatak 1 (7 bodova)

(a) (a1) (1 bod) Definirajte pojam partitivnog skupa.

(a2) (2 boda) Neka je U skup i $A, B \subseteq U$. Koje su od sljedećih tvrdnji točne

$\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)\,,$

$\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$?

Vaše tvrdnje detaljno obrazložite i dokažite.

(b) (b1) (1 bod) Iskažite binomni teorem.

(b2) (1 bod) Dokažite da za sve $n, k \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k}\binom{n-1}{k-1}\,.$$

(b3) (2 boda) Dokažite da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \cdots + n\binom{n}{n} = n2^{n-1}\,.$$

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studeni 2013.

Zadatak 2 (7 bodova) Zadana je tvrdnja: "Za svaka dva cijela broja a i d vrijedi: ako je a djeljiv svakim cijelim brojem kojim je djeljiv broj d, onda je a djeljiv brojem d."

(a) Zapišite riječima obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji zadane tvrdnje.

(b) Odredite istinitost zadane i dobivenih tvrdnji.

(c) Zapišite zadanu tvrdnju simbolima.

(d) Zapišite simbolima njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studeni 2013.

Zadatak 3 (7 bodova) Neka su A, B, C i D proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos skupova

$$S = (C \setminus (A \cup B)) \cap (D \cap (A \cup B)^c) \text{ i } T = ((A \cup B \cup C^c \cup D^c) \cap (A \cup B \cup C \cup D))^c.$$

Sve svoje tvrdnje dokažite.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studeni 2013.

Zadatak 4 (7 bodova)

Zadana je relacija ρ na skupu $\mathbb{N}$ sa

$$a\rho b \iff 7|(2a+5b).$$

Ispitajte svojstva relacije ρ. Je li ρ relacija ekvivalencije? Ako je, odredite joj klase ekvivalencije.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studenog 2013.

Zadatak 5 (7 bodova)

Matematičkom indukcijom dokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

(a) broj $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ djeljiv s 133,

(b) $\frac{n+1}{1} \cdot \frac{n+2}{3} \cdots \frac{2n}{2n-1} = 2^n$.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studenog 2013.

(Knjige, bilježnice, dodatni papiri i kalkulatori **nisu** dozvoljeni!)

Zadatak 1 (7 bodova)

(a) (a1) (1 bod) Definirajte pojam partitivnog skupa.

(a2) (2 boda) Neka je U skup i $A, B \subseteq U$. Koje su od sljedećih tvrdnji točne

$\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$,

$\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$?

Vaše tvrdnje detaljno obrazložite i dokažite.

(b) (b1) (1 bod) Iskažite binomni teorem.

(b2) (1 bod) Dokažite da za sve $n, k \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k}\binom{n-1}{k-1}.$$

(b3) (2 boda) Dokažite da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\binom{n}{1} + 2\binom{n}{2} + 3\binom{n}{3} + \cdots + n\binom{n}{n} = n2^{n-1}.$$

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studeni 2013.

Zadatak 2 (7 bodova) Zadana je tvrdnja: "Za svaka dva realna broja t i b vrijedi: ako je t veći od svakog realnog broja manjeg od b, onda je t veći od ili jednak b."

(a) Zapišite riječima obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji zadane tvrdnje.

(b) Odredite istinitost zadane i dobivenih tvrdnji.

(c) Zapišite zadanu tvrdnju simbolima.

(d) Zapišite simbolima njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studeni 2013.

Zadatak 3 (7 bodova) Neka su A, B, C i D proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos skupova

$$S = (D \setminus (B \cup C)) \cap (A \cap (B \cup C)^c) \text{ i } T = ((B \cup C \cup D^c \cup A^c) \cap (B \cup C \cup D \cup A))^c.$$

Sve svoje tvrdnje dokažite.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studeni 2013.

Zadatak 4 (7 bodova)

Zadana je relacija ρ na skupu $\mathbb{N}$ sa

$$a\rho b \iff 7|(3a+4b).$$

Ispitajte svojstva relacije ρ. Je li ρ relacija ekvivalencije? Ako je, odredite joj klase ekvivalencije.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij - 29. studenog 2013.

Zadatak 5 (7 bodova)

Matematičkom indukcijom dokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

(a) broj $2^{n+5} \cdot 3^{4n} + 5^{3n+1}$ djeljiv s 37,

(b) $1 \cdot 2^n + 2 \cdot 2^{n-1} + 3 \cdot 2^{n-2} + \cdots + n \cdot 2 + (n+1) \cdot 1 = 2^{n+2} - n - 3.$