JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 1. (7 bodova)

(a) Odredite ostatak pri dijeljenju broja 2013^{2011} sa 8.

(b) Dokažite da je za svaki prirodni broj a broj

$$a^{12} + a^{12^2} + a^{12^3} \cdots + a^{12^{13}}$$

djeljiv s 13.

JMBAG

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 2. (7 bodova) Odredite sve polinome s realnim koeficijentima koji zadovoljavaju jednadžbu

$$(x+1)f(x-1) = (x-2)f(x).$$

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 3. (7 bodova) Odredite vrijednost parametra p tako da sustav

$$\begin{aligned} x+y+z &= p \\ x^2+y^2+z^2 &= xy+xz+yz \\ \frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}+\frac{1}{xy} &= 8p \end{aligned}$$

ima jedinstveno rješenje, tj. tako da je skup uređenih trojki (x, y, z) koje rješavaju sustav jednočlan.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 4. (7 bodova)

(a) Odredite vrijednosti realnih parametara a i b tako da polinom

$$p(x) = x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 13x^2 + ax + b$$

ima jednu trostruku nultočku. Odredite sve nultočke tog polinoma.

(b) Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{x^3 - x + 7}{4x^4 - 12x^3 + 17x^2 - 24x + 18}.$$

Ne trebate izračunavati koeficijente u brojniku.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 5. (7 bodova) Indukcijom dokažite da se svaki Newtonov polinom u dvije varijable $s_k(x, y) = x^k + y^k$, $k \in \mathbb{N}$, može prikazati pomoću elementarnih simetričnih polinoma $x + y$ i xy.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 1. (7 bodova)

(a) Odredite ostatak pri dijeljenju broja 2013^{2011} s 10.

(b) Dokažite da je za svaki prirodni broj a broj

$$a^{16} + a^{16^2} + a^{16^3} \cdots + a^{16^{17}}$$

djeljiv sa 17.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 2. (7 bodova) Odredite sve polinome s realnim koeficijentima koji zadovoljavaju jednadžbu

$$(x-2)f(x+2) = (x+4)f(x)$$

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 3. (7 bodova) Odredite vrijednost parametra t tako da sustav

$$\begin{aligned} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} &= \frac{1}{t} \\ \frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}+\frac{1}{xy} &= \frac{1}{xyz} \\ x^2+y^2+z^2 &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

ima jedinstveno rješenje, tj. tako da je skup uređenih trojki (x, y, z) koje rješavaju sustav jednočlan.

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 4. (7 bodova)

(a) Odredite vrijednosti realnih parametara p i q tako da polinom

$$f(x) = x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 2x^2 + px + q$$

ima jednu trostruku nultočku. Odredite sve nultočke tog polinoma.

(b) Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{4x^4 + 8x^3 + x^2 + 3x + 9}.$$

Ne trebate izračunavati koeficijente u brojniku.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 11. siječnja 2013.

Zadatak 5. (7 bodova) Dokažite sljedeću tvrdnju: Ako je $\alpha + i\beta$, cjelobrojni kompleksni korijen jednadžbe

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0, \quad a_n \neq 0,$$

s cjelobrojnim koeficijentima, onda je $\alpha^2 + \beta^2$ djelitelj koeficijenta a_n.