

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 9. studenog 2012.

Zadatak 1. (7 bodova) Zadana je tvrdnja: "Za svaka dva prirodna broja vrijedi: ako je barem jedan od njih djeljiv s 2, onda postoji prirodan broj dvostruko manji od njihovog umnoška."

- (a) Zapišite zadanu tvrdnju simbolima.
- (b) Zapišite simbolima njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji. Zapišite zatim riječima sve dobivene tvrdnje.
- (c) Odredite istinitost zadane i dobivenih tvrdnji.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 9. studenog 2012.

Zadatak 2. (7 bodova) Neka su A , B i C proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos skupova

$$(A \setminus (B \setminus C)) \cap (B \setminus (A \setminus C)) \quad \text{i} \quad (A \cup B) \cap C.$$

Dokažite inkluziju koja vrijedi i nađite protuprimjer za onu koja ne vrijedi.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 9. studenog 2012.

Zadatak 3. (7 bodova) Na skupu \mathbb{Z} binarna relacija ρ definirana je sa:

$$x \rho y \Leftrightarrow 4 \mid (x^3 - y^3).$$

- (a) Odredite je li relacija ρ refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Svoje tvrdnje dokažite.
- (b) Je li ρ relacija parcijalnog uređaja? Ako nije, može li se nadopuniti do parcijalnog uređaja? Ako jest, je li uređaj totalan? Obrazložite svoje odgovore.
- (c) Je li ρ relacija ekvivalencije? Ako nije, nadopunite relaciju do najmanje relacije ekvivalencije koja ju sadrži. Ako jest, odredite koliko je klasa ekvivalencije i iz svake klase odredite jednog predstavnika.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 9. studenog 2012.

Zadatak 4. (7 bodova) Matematičkom indukcijom dokažite da je za svaki $n \in \mathbb{N}$ (a) broj $9^{2n} - 5n - 1$ djeljiv s 25,(b) $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Prvi kolokvij – 9. studenog 2012.

Zadatak 5. (7 bodova)

- (a) Definirajte relaciju djeljivosti na skupu \mathbb{N} i dokažite da je relacija parcijalnog uređaja.
- (b) Iskažite teorem o dijeljenju s ostatkom i pokažite jedinstvenost.