

Elementarna matematika 1 - popravni kolokvij, 28.1.2011.

Zadaci vrijede 6 bodova, osim 3. i 4. zadatka koji vrijede 7 bodova.

Dozvoljena je upotreba kalkulatora.

1. Zadan je sud $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) xy = 1 \Rightarrow (x^2y^2 = 1 \vee x = y = 0)$.

(a) Napišite negaciju zadanog suda.

(b) Napišite obrat po kontrapoziciji zadanog suda.

(c) Ispitajte je li zadani sud istinit. Obrazložite svoj odgovor.

2. Neka je S skup. Na $\mathcal{P}(S)$ definiramo relaciju ρ sa

$$A\rho B \Leftrightarrow A \cup B = A,$$

$A, B \in \mathcal{P}(S)$. Mora li relacija ρ biti refleksivna? Simetrična? Antisimetrična? Tranzitivna?

3. Neka je U proizvoljan skup, te $A, B, C \subseteq U$. Ispitajte odnos među skupovima

$$(A \setminus (B \cup C)) \cup ((A \cap B) \setminus C) \text{ i } C \setminus A.$$

Navedite dokaze, odnosno kontraprimjere, za pojedine inkluzije.

4. Dokažite matematičkom indukcijom da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$11 \mid 6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n.$$

5. Odredite $M(2^{200} - 2^{100}, 2^{200} + 2^{101})$.

6. Odredite zadnju znamenku broja 27^{2011} .

7. Odredite koeficijente a i b takve da je $x = 2$ dvostruka nultočka polinoma $f(x) = x^4 + ax^3 - x^2 + 8x + b$.

8. Odredite sva rješenja jednadžbe $x^5 + x^3 + 4x^2 - 6x + 12 = 0$ ako je poznato da je jedno rješenje $x = 1 - i$.

Elementarna matematika 1 - popravni kolokvij, 28.1.2011.

Zadaci vrijede 6 bodova, osim 3. i 4. zadatka koji vrijede 7 bodova.

Dozvoljena je upotreba kalkulatora.

1. Zadan je sud $(\forall m \in \mathbb{Z})(\forall n \in \mathbb{Z}) mn = 1 \Rightarrow (m+n < 1 \wedge m \neq 0 \wedge n \neq 0)$.

(a) Napišite negaciju zadanog suda.

(b) Napišite obrat po kontrapoziciji zadanog suda.

(c) Ispitajte je li zadani sud istinit. Obrazložite svoj odgovor.

2. Neka je S skup. Na $\mathcal{P}(S)$ definiramo relaciju ρ sa

$$A\rho B \Leftrightarrow A \cap B = A,$$

$A, B \in \mathcal{P}(S)$. Mora li relacija ρ biti refleksivna? Simetrična? Antisimetrična? Tranzitivna?

3. Neka je U proizvoljan skup, te $A, B, C \subseteq U$. Ispitajte odnos među skupovima

$$(C \cap (B \setminus A)) \cup (A \setminus B) \text{ i } A \cup (B \cap C).$$

Navedite dokaze, odnosno kontraprimjere, za pojedine inkluzije.

4. Dokažite matematičkom indukcijom da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$17 \mid 6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}.$$

5. Odredite $M(3^{200} - 3^{100}, 3^{200} + 3^{101})$.

6. Odredite zadnju znamenku broja 13^{2011} .

7. Odredite koeficijente a i b takve da je $x = -2$ dvostruka nultočka polinoma $p(x) = x^4 + ax^3 - 2x^2 + b$.

8. Odredite sva rješenja jednadžbe $x^5 + 2x^4 + x^3 + 10x^2 - 2x + 12 = 0$ ako je poznato da je jedno rješenje $x = i\sqrt{2}$.