Elementarna matematika 1 - drugi kolokvij, 14.1.2011.

Zadaci 2, 6 i 8 vrijede 5 bodova, a ostali zadaci vrijede po 4 boda.
Dozvoljena je upotreba kalkulatora.

1. Definirajte pojmove *nultočka* i *kratnost nultočke* polinoma. Objasnite vezu između kratnosti nultočke i derivacije polinoma.

2. Dokažite da je $\sqrt{2}$ iracionalan broj.

3. Odredite ostatak pri dijeljenju broja 2000^{1001} sa 17.

4. Odredite najmanji prirodni broj oblika $7140k + 3808\,l$, za neke $k, l \in \mathbb{Z}$.

5. Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije $\dfrac{1}{(x+2)^3(x^2+5)^2}$. Ne treba izračunavati koeficijente u brojniku!

6. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma $f(x) = x^{100} - 6x^{99} + 9x^{98} - 2x - 2$ polinomom $g(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$.

7. Odredite zbroj i umnožak svih rješenja jednadžbe $x^3 + 5x^2 - 3x + 2 = 0$.

8. Odredite sve polinome stupnja većeg od 1 za koje vrijedi:

$$\left(\frac{1}{2}p'(x^2) + 1\right)^2 = 2p(x) + p(x^2) + 1.$$

Elementarna matematika 1 - drugi kolokvij, 14.1.2011.

Zadaci 2, 6 i 8 vrijede 5 bodova, a ostali zadaci vrijede po 4 boda.
Dozvoljena je upotreba kalkulatora.

1. Definirajte relaciju djeljivosti na skupu polinoma $\mathbb{R}[x]$ i navedite neka svojstva te relacije. Izrecite teorem o dijeljenju s ostatkom za polinome.

2. Dokažite da prostih brojeva ima beskonačno mnogo.

3. Odredite ostatak pri dijeljenju broja 1001^{2010} sa 17.

4. Odredite najmanji prirodni broj oblika $4368k + 8190\,l$, za neke $k, l \in \mathbb{Z}$.

5. Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije $\frac{x}{(x^2-4)^2(x^2+4)^2}$. Ne treba izračunavati koeficijente u brojniku!

6. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma $f(x) = x^{100} + 6x^{99} + 9x^{98} - 6x - 10$ polinomom $g(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$.

7. Odredite zbroj i umnožak svih rješenja jednadžbe $x^3 + 7x^2 - 4x - 3 = 0$.

8. Odredite sve polinome stupnja većeg od 1 za koje vrijedi:

$$(p(x)+1)^2 = \left(\frac{1}{2}p'(x^2)\right)^2 + x^2p''(x) + p(1).$$

Elementarna matematika 1 - drugi kolokvij, 14.1.2011.

Zadaci 2, 6 i 8 vrijede 5 bodova, a ostali zadaci vrijede po 4 boda.
Dozvoljena je upotreba kalkulatora.

1. Definirajte *jednakobrojnost skupova*, *beskonačan skup* i *konačan skup*. Koji su od skupova $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ i $\mathbb{C}$ jednakobrojni?

2. Iskažite i dokažite teorem o jednakosti polinoma.

3. Odredite ostatak pri dijeljenju broja 2000^{1005} sa 13.

4. Odredite najmanji prirodni broj oblika $9234k + 4788\,l$, za neke $k, l \in \mathbb{Z}$.

5. Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije $\dfrac{x^2}{(x-7)^4(x^2+7)}$. Ne treba izračunavati koeficijente u brojniku!

6. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma $f(x) = x^{100} - 6x^{99} + 9x^{98} + 6x - 7$ polinomom $g(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$.

7. Odredite zbroj i umnožak svih rješenja jednadžbe $x^3 - 9x^2 + 2x - 5 = 0$.

8. Odredite sve polinome stupnja većeg od 1 za koje vrijedi:

$$p(x^2+1) = x^2 p(x) + 2x^2 + \frac{1}{2}p''(x).$$

Elementarna matematika 1 - drugi kolokvij, 14.1.2011.

Zadaci 2, 6 i 8 vrijede 5 bodova, a ostali zadaci vrijede po 4 boda.
Dozvoljena je upotreba kalkulatora.

1. Definirajte pojmove *injekcija*, *surjekcija*, *bijekcija* i *inverzna funkcija*. Koja je veza između bijektivnosti i postojanja inverzne funkcije?

2. Iskažite i dokažite Bezoutov teorem.

3. Odredite ostatak pri dijeljenju broja 1010^{2003} sa 13.

4. Odredite najmanji prirodni broj oblika $4455k + 8316\,l$, za neke $k, l \in \mathbb{Z}$.

5. Napišite oblik rastava na parcijalne razlomke realne racionalne funkcije $\dfrac{1}{(x+2)^3(x^2+5)^2}$. Ne treba izračunavati koeficijente u brojniku!

6. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma $f(x) = x^{100} + 6x^{99} + 9x^{98} + 2x - 5$ polinomom $g(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9$.

7. Odredite zbroj i umnožak svih rješenja jednadžbe $x^3 + 2x^2 - 5x - 7 = 0$.

8. Odredite sve polinome stupnja većeg od 1 za koje vrijedi:

$$p(x^2+1) = \left(\frac{1}{2}p'(x^2)\right)^2 + xp'(x) + 1.$$