IME I PREZIME JMBAG

1. Zadan je sud: $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R})\ x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow \left(x < \frac{1}{2} - \sqrt{y} \text{ ili } x > \frac{1}{2} + \sqrt{y}\right)$.
   - **(a)** Iskažite zadani sud riječima.
   - **(b)** Napišite negaciju zadanog suda.
   - **(c)** Napišite obrat po kontrapoziciji zadanog suda.

2. Za proizvoljne skupove A, B i C dokažite da vrijedi

$$(A \setminus (C \setminus B)) \cup B = (A \cup B) \setminus (C \setminus B).$$

3. Na skupu $\mathbb{N}$ zadana je relacija $\sim$ na sljedeći način:

$$m \sim n \Leftrightarrow (\exists d \in \mathbb{N})(d > 1 \wedge (d|m \wedge d|n)).$$

   Ispitajte ima li relacija $\sim$ svojstva refleksivnosti, simetričnosti, antisimetričnosti i tranzitivnosti. Svoje tvrdnje obrazložite.

4. Dokažite da za sve prirodne brojeve $n \geq 4$ vrijedi $3^n - 2^n - (n+1)^2 > 0$.

5. Odredite sve trojke (p, q, r) takve da su p, q i r prosti brojevi koji zadovoljavaju jednakost $p^r = (q+1)^p$.

6. Odredite sve trojke realnih brojeva (a, b, c) takve da je polinom $p(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + c$ djeljiv polinomima $q(x) = x - 1$ i $r(x) = (x-2)^2$.

7. Euklidovim algoritmom izračunajte $M(p, p', p'')$ ako je

$$p(x) = x^6 - 6x^5 + 12x^4 - 48x^2 + 96x - 64\ .$$

8. Neka su σ_1, σ_2 i σ_3 osnovni simetrični polinomi u varijablama x, y, z. Odredite sve $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ koje zadovoljavaju

$$\begin{aligned} &\sigma_1^3 + \sigma_3^2 - 15\sigma_1^2 - 14\sigma_2 = 38 \\ &\sigma_2 = \sigma_1 - 1 \\ &\sigma_3 = -4\sigma_1 \end{aligned}$$

   pri čemu $5|\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$.

IME I PREZIME JMBAG

1. Zadan je sud:
$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})$ (točka (x, y) leži u unutrašnjosti trokuta zadanog vrhovima $(0,0),\ (1,0),\ (0,1)) \Rightarrow (x > 0\ i\ y > 0\ i\ x + y < 1)$.
   (a) Iskažite zadani sud riječima.
   (b) Napišite negaciju zadanog suda.
   (c) Napišite obrat zadanog suda.

2. Za proizvoljne skupove A, B i C dokažite da vrijedi
$$(C \setminus (A \cap B)) \cup (B \setminus A) = ((B \cup C) \setminus A) \cup (C \setminus B).$$

3. Na skupu $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ zadana je relacija ρ na sljedeći način:
$$A \rho B \Leftrightarrow (A \cup B) \setminus (A \cap B) = \emptyset.$$
Ispitajte ima li relacija ρ svojstva refleksivnosti, simetričnosti, antisimetričnosti i tranzitivnosti. Svoje tvrdnje obrazložite.

4. Dokažite da za sve prirodne brojeve $n \geq 3$ vrijedi $3^n > 2^n + 2n^2$.

5. Odredite sve trojke (p, q, r) takve da su p, q i r prosti brojevi koji zadovoljavaju jednakost $(p \cdot q)^r = (10)^{p-q}$.

6. Odredite sve uređene parove realnih brojeva (a, b) takve da je polinom $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + x + 1$ djeljiv polinomom $q(x) = (x - 1)^2$.

7. Euklidovim algoritmom izračunajte $M(p, p', p'')$ ako je
$$p(x) = x^6 + 6x^5 + 12x^4 - 48x^2 - 96x - 64\ .$$

8. Neka su σ_1, σ_2 i σ_3 osnovni simetrični polinomi u varijablama x, y, z. Odredite sve $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ koje zadovoljavaju
$$\begin{aligned} &\sigma_1 = 7 + \sigma_2 \\ &\sigma_2^3 + \sigma_3^2 - 4\sigma_2^2 - 2\sigma_1 = 10 \\ &\sigma_3 = 3\sigma_2 \end{aligned}$$
pri čemu je $10 < |\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3| < 16$.