1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ

JMBAG ______________________ Ime i prezime ______________________

Profesor ______________________ Asistent ______________________

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij
07. 02. 2008.

1. (4 boda) Dokažite kontraprimjerom da kompozicija funkcija nije komutativna.
2. (3 boda) Definirajte pojam najveće zajedničke mjere polinoma.
3. (3 boda) Pretpostavimo da se dva polinoma podudaraju u beskonačno mnogo točaka. Dokažite da su ta dva polinoma jednaka.
4. (2 boda) Definirajte pojam ukupnog stupnja polinoma u dvije varijable.
5. (2 boda) Simetrični polinom $f(x,y) = 2x^4y + x^3y^2 + 3x^3y^3 + x^2y^3 + 2xy^4$ prikažite pomoću osnovnih simetričnih polinoma u dvije varijable.
6. (2 boda) Rastavite na parcijalne razlomke
$$\frac{2x+1}{x^3+x}.$$
7. (3 boda) Odredite koeficijente a i b polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ takve da je $x = -2$ dvostruka nultočka od f.
8. (3 boda) Polinom $f \in \mathbb{R}[x]$ pri dijeljenju sa $x - 1$ daje ostatak 1, a pri dijeljenju s $x^2 + 4$ ostatak $2x + 4$. Odredite ostatak pri dijeljenju f sa $(x-1)(x^2+4)$.
9. (3 boda) Riješite sustav
$$\begin{aligned} x + y + z &= \frac{7}{2} \\ \frac{1}{x^2yz} + \frac{1}{xy^2z} + \frac{1}{xyz^2} &= \frac{7}{2} \\ xyz &= 1. \end{aligned}$$
10. (4 boda) Neka su m i n neparni prirodni brojevi takvi da je $m > n + 2$. Dokažite da ne postoji polinom $p \in \mathbb{Z}[x]$ takav da je $p(m) - p(n)$ prost broj.
11. (3 boda) Neka su X i Y skupovi, $f : X \to Y$ injekcija te S i T podskupovi od X takvi da je $S \neq T$. Dokažite da je tada $f(S) \neq f(T)$.
12. (3 boda) Dokažite da su skupovi $\mathbf{N}$ i $\mathbf{N} \setminus \{5\}$ ekvipotentni.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ

JMBAG

Ime i prezime

Profesor

Asistent

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij

07. 02. 2008.

1. (4 boda) Neka je $f : S \to T$. Dokažite da vrijedi $f \circ 1_S = 1_T \circ f = f$.
2. (3 boda) Iskažite teorem o najvećoj zajedničkoj mjeri polinoma.
3. (3 boda) Dokažite da je $\sqrt[n]{7}$, $n \geq 2$, iracionalan broj.
4. (2 boda) Definirajte pojam monoma za polinome u dvije varijable.
5. (2 boda) Simetrični polinom $f(x,y) = x^6y^2 + 3x^2y^2 + x^2y^6$ prikažite pomoću osnovnih simetričnih polinoma u dvije varijable.
6. (2 boda) Rastavite na parcijalne razlomke
$$\frac{2x+1}{x^3+x^2}.$$
7. (3 boda) Odredite koeficijente a i b polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ takve da je $x = -1$ dvostruka nultočka od f.
8. (3 boda) Polinom $f \in \mathbb{R}[x]$ pri dijeljenju sa $x+3$ daje ostatak 4, a pri dijeljenju s x^2+1 ostatak $x-3$. Odredite ostatak pri dijeljenju f sa $(x+3)(x^2+1)$.
9. (3 boda) Riješite sustav
$$\begin{aligned} xy + yz + xz &= \frac{7}{2} \\ \frac{1}{xy^2z^2} + \frac{1}{x^2yz^2} + \frac{1}{x^2y^2z} &= \frac{7}{2} \\ xyz &= 1. \end{aligned}$$
10. (4 boda) Neka su $k, l, m, n \in \mathbb{Z}$ međusobno različiti brojevi sa svojstvom da $m-k$ ne dijeli $n-l$. Postoji li polinom f sa cjelobrojnim koeficijentima takav da je $f(k) = l$ i $f(m) = n$?
11. (3 boda) Neka su X i Y skupovi te $f : X \to Y$ surjekcija. Dokažite da za svaki $T \subseteq Y$ postoji $S \subseteq X$ takav da je $f(S) = T$.
12. (3 boda) Dokažite da su skupovi $(\mathbf{N} \setminus \{3\}) \cup \{0\}$ i $\mathbf{N}$ ekvipotentni.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ

JMBAG

Ime i prezime

Profesor

Asistent

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij
07. 02. 2008.

1. (4 boda) Neka su $f, g : S \to S$ injekcije. Dokažite da je $f \circ g$ ponovno injekcija.
2. (3 boda) Iskažite teorem o dijeljenju polinoma sa ostatkom.
3. (3 boda) Dokažite da je $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ iracionalan broj.
4. (2 boda) Definirajte pojam simetričnih polinoma u dvije varijable.
5. (2 boda) Simetrični polinom $f(x,y) = -x^5y^2+3x^3y+3xy^3-x^2y^5$ prikažite pomoću osnovnih simetričnih polinoma u dvije varijable.
6. (2 boda) Rastavite na parcijalne razlomke
$$\frac{2x-1}{x^3+2x^2+2x}.$$
7. (3 boda) Odredite koeficijente a i b polinoma $f(x) = x^3+ax^2+bx+3$ takve da je $x=1$ dvostruka nultočka od f.
8. (3 boda) Polinom $f \in \mathbb{R}[x]$ pri dijeljenju sa $x+2$ daje ostatak 5, a pri dijeljenju s x^2+4 ostatak $x-1$. Odredite ostatak pri dijeljenju f sa $(x+2)(x^2+4)$.
9. (3 boda) Riješite sustav
$$\begin{aligned} x+y+z &= \frac{7}{2} \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} &= \frac{7}{2} \\ xyz &= 1. \end{aligned}$$
10. (4 boda) Dokažite da ne postoji polinom $f \in \mathbb{Z}[x]$ takav da je $f(k)-f(l)$ prost broj pri čemu su k i l neparni prirodni brojevi takvi da je $k > l+2$.
11. (3 boda) Neka su X i Y skupovi, $f : X \to Y$ injekcija te S i T podskupovi od X takvi da je $f(S) = f(T)$. Dokažite da je tada $S = T$.
12. (3 boda) Dokažite da su skupovi $\mathbf{N} \setminus \{1\}$ i $\mathbf{N} \setminus \{1,3\}$ ekvipotentni.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ

JMBAG

Ime i prezime

Profesor

Asistent

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij

07. 02. 2008.

1. (4 boda) Neka su $f, g : S \to S$ surjekcije. Dokažite da je $f \circ g$ ponovno surjekcija.
2. (3 boda) Iskažite teorem o jednakosti dvaju polinoma.
3. (3 boda) Neka je z_0 nultočka polinoma $f \in \mathbb{R}[x]$. Dokažite da je i $\overline{z_0}$ ponovno nultočka od f.
4. (2 boda) Napišite elementarne simetrične i Newtonove polinome u dvije varijable.
5. (2 boda) Simetrični polinom $f(x, y) = 2x^5y^2 + 3x^4y^3 + 3x^3y^4 + 2x^2y^5$ prikažite pomoću osnovnih simetričnih polinoma u dvije varijable.
6. (2 boda) Rastavite na parcijalne razlomke
$$\frac{2x+1}{x^3 - 2x^2 + x}.$$
7. (3 boda) Odredite koeficijente a i b polinoma $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 9$ takve da je $x = 3$ dvostruka nultočka od f.
8. (3 boda) Polinom $f \in \mathbb{R}[x]$ pri dijeljenju sa $x - 2$ daje ostatak -3, a pri dijeljenju s $x^2 + 1$ ostatak $2x + 3$. Odredite ostatak pri dijeljenju f sa $(x - 2)(x^2 + 1)$.
9. (3 boda) Riješite sustav
$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= \frac{7}{2} \\ \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} + \frac{1}{yz} &= \frac{7}{2} \\ xyz &= 1. \end{aligned}$$
10. (4 boda) Postoji li polinom p sa cjelobrojnim koeficijentima takav da je $p(a) = b$ i $p(c) = d$ ako su $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ međusobno različiti brojevi sa svojstvom da $c - a$ ne dijeli $d - b$?
11. (3 boda) Neka su X i Y skupovi, $f : X \to Y$ injekcija te S i T podskupovi od X takvi da je $f(S) \subseteq f(T)$. Dokažite da je tada $S \subseteq T$.
12. (3 boda) Dokažite da su skupovi $\mathbf{N} \setminus \{1, 2\}$ i $\mathbf{N} \setminus \{1, 2, 4\}$ ekvipotentni.