

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\Sigma$

MAT. BROJ (BROJ IZNAD SLIKE U INDEKSU)

IME I PREZIME

PROFESOR

ASISTENT

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij 9. veljače 2007.

1. **(3 boda)** Dokažite da je  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{n}{3n+1}$ .
2. **(3 boda)** Rastavite na parcijalne razlomke  $\frac{4}{x^2 + 6x + 5}$ .
3. **(3 boda)** Odredite koji ostatak daje  $2^{905}$  pri dijeljenju s 19.
4. **(2 boda)** Ispišite sve dvoznamenkaste prirodne brojeve  $a$  za koje vrijedi  $a \equiv 235 \pmod{23}$ .
5. **(3 boda)** Iskažite osnovni teorem algebre.
6. **(4 boda)** Odredite skup svih polinoma  $p \in \mathbb{R}[x]$  koji zadovoljavaju
$$(x+1) \cdot p(x) = p(x^2 + 3x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$
7. **(3 boda)** Dokažite da polinom  $p(x) = x^n - 7$  nema racionalnih nultočaka ako je  $n \geq 2$ .
8. **(4 boda)** Odredite koeficijent  $a$  polinoma  $p(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + a$  ako je poznato da on ima dvostruku cjelobrojnu nultočku.
9. **(4 boda)** Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f(x) = x^{324} + 2x^{323} + 3x^2 - 5x + 1$  s polinomom  $g(x) = x^2 + x - 2$ .
10. **(3 boda)** Odredite umnožak  $n$ -tih korijena broja  $-3$  (pomoću Vièteovih formula).
11. **(3 boda)** Definirajte parcijalni razlomak. Kako izgledaju parcijalni razlomci nad  $\mathbb{R}$ ?

**Napomena:** dozvoljeno je korištenje kalkulatora; nikakvi papiri i tablice s formulama nisu dozvoljene.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\Sigma$

MAT. BROJ (BROJ IZNAD SLIKE U INDEKSU)

IME I PREZIME

PROFESOR

ASISTENT

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij 9. veljače 2007.

1. **(3 boda)** Dokažite da je  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(4k-3)(4k+1)} = \frac{n}{4n+1}$ .
2. **(3 boda)** Rastavite na parcijalne razlomke  $\frac{6}{x^2 - 2x - 8}$ .
3. **(3 boda)** Odredite koji ostatak daje  $3^{1205}$  pri dijeljenju s 17.
4. **(2 boda)** Ispišite sve dvoznamenkaste prirodne brojeve  $a$  za koje vrijedi  $a \equiv 219 \pmod{21}$ .
5. **(3 boda)** Iskažite Bézoutov teorem.
6. **(4 boda)** Odredite skup svih polinoma  $p \in \mathbb{R}[x]$  koji zadovoljavaju
$$(x+2) \cdot p(x) = p(x^2 + 2x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$
7. **(3 boda)** Dokažite da polinom  $p(x) = x^n - 11$  nema racionalnih nultočaka ako je  $n \geq 2$ .
8. **(4 boda)** Odredite koeficijent  $a$  polinoma  $p(x) = x^4 + 4x^3 + 10x^2 + 12x + a$  ako je poznato da on ima dvostruku cjelobrojnu nultočku.
9. **(4 boda)** Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f(x) = x^{273} + 3x^{272} - x^3 + 2x^2 - 7$  s polinomom  $g(x) = x^2 + 2x - 3$ .
10. **(3 boda)** Odredite zbroj  $n$ -tih korijena broja  $-2$  (pomoću Vièteovih formula).
11. **(3 boda)** Definirajte parcijalni razlomak. Kako izgledaju parcijalni razlomci nad  $\mathbb{R}$ ?

**Napomena:** dozvoljeno je korištenje kalkulatora; nikakvi papiri i tablice s formulama nisu dozvoljene.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\Sigma$

MAT. BROJ (BROJ IZNAD SLIKE U INDEKSU)

IME I PREZIME

PROFESOR

ASISTENT

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij 9. veljače 2007.

1. **(3 boda)** Dokažite da je  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{n}{2(3n+2)}$ .
2. **(3 boda)** Rastavite na parcijalne razlomke  $\frac{5}{x^2 + x - 6}$ .
3. **(3 boda)** Odredite koji ostatak daje  $5^{965}$  pri dijeljenju s 13
4. **(2 boda)** Ispišite sve dvoznamenkaste prirodne brojeve  $a$  za koje vrijedi  $a \equiv 222 \pmod{22}$ .
5. **(3 boda)** Iskažite teorem o dijeljenju polinoma s ostatkom.
6. **(3 boda)** Definirajte ireducibilni polinom. Kojeg stupnja moraju biti ireducibilni polinomi nad  $\mathbb{R}$ ?
7. **(3 boda)** Opišite kako možemo pomoću Hornerovog algoritma izračunati vrijednost polinoma u nekoj točki.
8. **(4 boda)** Odredite skup svih polinoma  $p \in \mathbb{R}[x]$  koji zadovoljavaju 
$$(x+2) \cdot p(x+1) = p(x^2 + x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$
9. **(3 boda)** Dokažite da polinom  $p(x) = x^n - 13$  nema racionalnih nultočaka ako je  $n \geq 2$ .
10. **(4 boda)** Odredite koeficijent  $a$  polinoma  $p(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 - 4x + a$  ako je poznato da on ima dvostruku cjelobrojnu nultočku.
11. **(4 boda)** Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f(x) = x^{308} - 2x^{307} + 3x^3 + 2x - 1$  s polinomom  $g(x) = x^2 - x - 2$ .

**Napomena:** dozvoljeno je korištenje kalkulatora; nikakvi papiri i tablice s formulama nisu dozvoljene.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\Sigma$

---

MAT. BROJ (BROJ IZNAD SLIKE U INDEKSU)

IME I PREZIME

---

PROFESOR

ASISTENT

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 1 - drugi kolokvij

### 9. veljače 2007.

1. **(3 boda)** Dokažite da je  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(4k-1)(4k+3)} = \frac{n}{3(4n+3)}$ .
2. **(3 boda)** Rastavite na parcijalne razlomke  $\frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ .
3. **(3 boda)** Odredite koji ostatak daje  $7^{1235}$  pri dijeljenju s 11.
4. **(2 boda)** Ispišite sve dvoznamenkaste prirodne brojeve  $a$  za koje vrijedi  $a \equiv 199 \pmod{19}$ .
5. **(3 boda)** Definirajte najveću zajedničku mjeru dva polinoma.
6. **(3 boda)** Definirajte ireducibilni polinom. Kojeg stupnja moraju biti ireducibilni polinomi nad  $\mathbb{R}$ ?
7. **(3 boda)** Opišite Hornerov algoritam.
8. **(4 boda)** Odredite skup svih polinoma  $p \in \mathbb{R}[x]$  koji zadovoljavaju
$$(x-1) \cdot p(2-x) = p(4-x^2), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$
9. **(3 boda)** Dokažite da polinom  $p(x) = x^n - 17$  nema racionalnih nultočaka ako je  $n \geq 2$ .
10. **(4 boda)** Odredite koeficijent  $a$  polinoma  $p(x) = x^4 + 3x^2 - 10x + a$  ako je poznato da on ima dvostruku cjelobrojnu nultočku.
11. **(4 boda)** Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $f(x) = x^{297} - 3x^{296} - 2x^2 + 6x + 5$  s polinomom  $g(x) = x^2 - 2x - 3$ .

**Napomena:** dozvoljeno je korištenje kalkulatora; nikakvi papiri i tablice s formulama nisu dozvoljene.