Roomovi kvadrati*

Vedran Krčadinac

PMF-MO

25.9.2023.

* This work was fully supported by the Croatian Science Foundation under the project 9752.

Definicija

Neka je S skup od $n+1$ simbola, npr. $S = \{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$.

Roomov kvadrat reda n je $n \times n$ matrica M koja zadovoljava:

- unosi u M su prazni ili sadrže dvočlane podskupove od S,
- svaki dvočlani podskup od S pojavljuje se jednom u M,
- elementi iz S pojavljuju se jednom u svakom retku i stupcu od M.

Definicija

Neka je S skup od $n+1$ simbola, npr. $S = \{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$.

Roomov kvadrat reda n je $n \times n$ matrica M koja zadovoljava:

- unosi u M su prazni ili sadrže dvočlane podskupove od S,
- svaki dvočlani podskup od S pojavljuje se jednom u M,
- elementi iz S pojavljuju se jednom u svakom retku i stupcu od M.

Primjer.

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

Definicija

Neka je S skup od $n+1$ simbola, npr. $S = \{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$.

Roomov kvadrat reda n je $n \times n$ matrica M koja zadovoljava:

- unosi u M su prazni ili sadrže dvočlane podskupove od S,
- svaki dvočlani podskup od S pojavljuje se jednom u M,
- elementi iz S pojavljuju se jednom u svakom retku i stupcu od M.

Primjer.

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

n je neparan, u svakom retku i stupcu ima $\frac{n+1}{2}$ punih i $\frac{n-1}{2}$ praznih polja

Definicija

Neka je S skup od $n+1$ simbola, npr. $S = \{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$.

Roomov kvadrat reda n je $n \times n$ matrica M koja zadovoljava:

- unosi u M su prazni ili sadrže dvočlane podskupove od S,
- svaki dvočlani podskup od S pojavljuje se jednom u M,
- elementi iz S pojavljuju se jednom u svakom retku i stupcu od M.

Primjer.

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

U standardnom obliku (standardiziran)

Definicija

Neka je S skup od $n+1$ simbola, npr. $S = \{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$.

Roomov kvadrat reda n je $n \times n$ matrica M koja zadovoljava:

- unosi u M su prazni ili sadrže dvočlane podskupove od S,
- svaki dvočlani podskup od S pojavljuje se jednom u M,
- elementi iz S pojavljuju se jednom u svakom retku i stupcu od M.

Primjer.

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

Antisimetričan (eng. skew)

Definicija

Neka je S skup od $n+1$ simbola, npr. $S = \{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$.

Roomov kvadrat reda n je $n \times n$ matrica M koja zadovoljava:

- unosi u M su prazni ili sadrže dvočlane podskupove od S,
- svaki dvočlani podskup od S pojavljuje se jednom u M,
- elementi iz S pojavljuju se jednom u svakom retku i stupcu od M.

Primjer.

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

Ciklički

Definicija

Neka je S skup od $n+1$ simbola, npr. $S = \{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$.

Roomov kvadrat reda n je $n \times n$ matrica M koja zadovoljava:

- unosi u M su prazni ili sadrže dvočlane podskupove od S,
- svaki dvočlani podskup od S pojavljuje se jednom u M,
- elementi iz S pojavljuju se jednom u svakom retku i stupcu od M.

Primjer.

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

Hadamardov: $n = 4m - 1$, incidencijska matrica $(4m-1, 2m, m)$ dizajna

Povijest

T. G. Room, *A new type of magic square*, Math. Gaz. **39** (1955), 307.

Povijest

T. G. Room, *A new type of magic square*, Math. Gaz. **39** (1955), 307.

Thomas Gerald Room

4 languages

Article Talk Read Edit View history Tools

From Wikipedia, the free encyclopedia

Thomas Gerald Room FRS FAA (10 November 1902 – 2 April 1986) was an Australian mathematician who is best known for Room squares. He was a Foundation Fellow of the Australian Academy of Science.[1][2]

FRS FAA **Thomas Gerald Room**	
Born	2 November 1902
Died	2 April 1986 (aged 83)
Nationality	Australian
Alma mater	St John's College, Cambridge
Scientific career	
Fields	Mathematics
Institutions	University of Sydney

Biography [edit]

Thomas Room was born on 10 November 1902, near London, England. He studied mathematics in St John's College, Cambridge, and was a wrangler in 1923. He continued at Cambridge as a graduate student, and was elected as a fellow in 1925, but instead took a position at the University of Liverpool. He returned to Cambridge in 1927, at which time he completed his PhD, with a thesis supervised by H. F. Baker.[3][4] Room remained at Cambridge until 1935, when he moved to the University of Sydney, where he accepted the position of Chair of the Mathematics Department, a position he held until his retirement in 1968.[5]

During World War II he worked for the Australian government, helping to decrypt Japanese communications. In January 1940, with the encouragement of the Australian Army, he, together with some colleagues at the University of Sydney, began to study Japanese codes. The others were the mathematician Richard Lyons and the classicists Arthur Dale Trendall and Athanasius Treweek. By this time Room had already begun learning Japanese under Margaret Ethel Lake (1883-?) at the University of

Povijest

Research [edit]

Room's PhD work concerned generalizations of the Schläfli double six, a configuration formed by the 27 lines on a cubic algebraic surface.[1][4]

In 1938 he published the book *The geometry of determinantal loci* through the Cambridge University Press.[1] Nearly 500 pages long, the book combines methods of synthetic geometry and algebraic geometry to study higher-dimensional generalizations of quartic surfaces and cubic surfaces. It describes many infinite families of algebraic varieties, and individual varieties in these families, following a unifying principle that nearly all loci arising in algebraic geometry can be expressed as the solution to an equation involving the determinant of an appropriate matrix.[1][14]

In the postwar period, Room shifted the focus of his work to Clifford algebra and spinor groups.[1] Later, in the 1960s, he also began investigating finite geometry, and wrote a textbook on the foundations of geometry.[1]

Room invented Room squares in a brief note published in 1955.[15] A Room square is an $n \times n$ grid in which some of the cells are filled by sets of two of the numbers from 0 to n in such a way that each number appears once in each row or column and each two-element set occupies exactly one cell of the grid. Although Room squares had previously been studied by Robert Richard Anstice,[16] Anstice's work had become forgotten and Room squares were named after Room. In his initial work on the subject, Room showed that, for a Room square to exist, n must be odd and cannot equal 3 or 5. It was later shown by W. D. Wallis in 1973 that these are necessary and sufficient conditions: every other odd value of n has an associated Room square. The nonexistence of a Room square for $n = 5$ and its existence for $n = 7$ can both be explained in terms of configurations in projective geometry.[1]

Despite retiring in 1968, Room remained active mathematically for several more years, and published the book *Miniquaternion geometry: An introduction to the study of projective planes* in 1971 with his student Philip B. Kirkpatrick.[1]

Povijest

MINIQUATERNION
GEOMETRY

AN INTRODUCTION TO THE STUDY
OF PROJECTIVE PLANES

T. G. ROOM, F.R.S.

AND

P. B. KIRKPATRICK, Ph.D.
University of Sydney

CAMBRIDGE
AT THE UNIVERSITY PRESS
1971

(Pred)povijest

T. P. Kirkman, *Note on an unanswered prize question*, Cambridge and Dublin Math. J. **5** (1850), 255–262.

(Pred)povijest

T. P. Kirkman, *Note on an unanswered prize question*, Cambridge and Dublin Math. J. **5** (1850), 255–262.

Robert Richard Anstice

2 languages

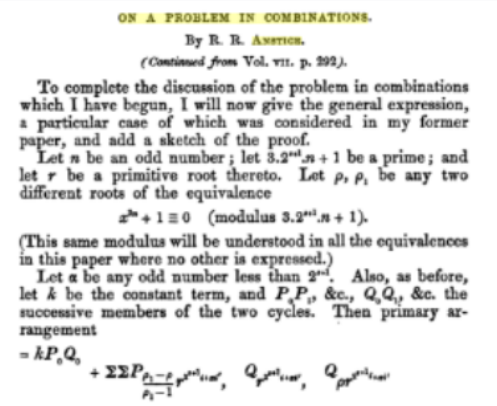
Article Talk Read Edit View history Tools

From Wikipedia, the free encyclopedia

Robert Richard Anstice (1813–1853) was an English clergyman and mathematician who wrote two remarkable papers on combinatorics,[2] published the same year he died in the Cambridge and Dublin mathematical journal. He pioneered the use of primitive roots in this field, anticipating the work of Eugen Netto on Steiner's triplets.

Anstice studied at Christ Church, Oxford[3] where he graduated in 1835, receiving a Master's in 1837. Nothing is known about his life in the next ten years. In 1846, he was ordained priest, and in the following year he became rector of Wigginton, Hertfordshire.[4] He died there in 1853

Robert Richard Anstice



ON A PROBLEM IN COMBINATIONS.

By R. R. Anstice.

(*Continued from* Vol. VII. p. 292.).

To complete the discussion of the problem in combinations which I have begun, I will now give the general expression, a particular case of which was considered in my former paper, and add a sketch of the proof.

Let n be an odd number; let $3.2^{\alpha+1}.n+1$ be a prime; and let r be a primitive root thereto. Let ρ, ρ_1 be any two different roots of the equivalence

$$x^{2n}+1 \equiv 0 \quad (\text{modulus } 3.2^{\alpha+1}.n+1).$$

(This same modulus will be understood in all the equivalences in this paper where no other is expressed.)

Let α be any odd number less than $2^{\alpha+1}$. Also, as before, let k be the constant term, and P_0P_1, &c., Q_0Q_1, &c. the successive members of the two cycles. Then primary arrangement

$$= kP_0Q_0 + \Sigma\Sigma P_{\frac{\rho_1-\rho}{\rho_1-1}} \rho^{2^{\alpha+1}i+\alpha'}, \quad Q_{\rho^{2^{\alpha+1}i+\alpha'}}, \quad Q_{\rho\rho^{2^{\alpha+1}i+\alpha'}}$$

(Pred)povijest

T. P. Kirkman, *Note on an unanswered prize question*, Cambridge and Dublin Math. J. **5** (1850), 255–262.

Robert Richard Anstice

2 languages

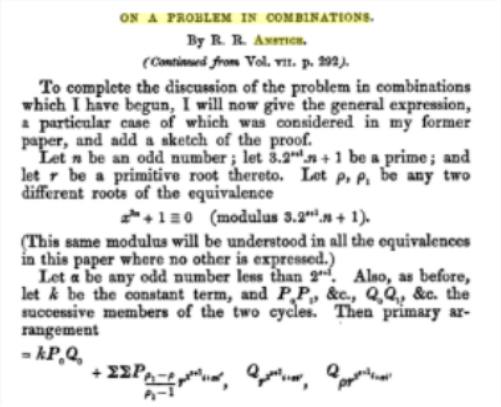
Article Talk Read Edit View history Tools

From Wikipedia, the free encyclopedia

Robert Richard Anstice (1813–1853) was an English clergyman and mathematician who wrote two remarkable papers on combinatorics,[2] published the same year he died in the Cambridge and Dublin mathematical journal. He pioneered the use of primitive roots in this field, anticipating the work of Eugen Netto on Steiner's triplets.

Anstice studied at Christ Church, Oxford[3] where he graduated in 1835, receiving a Master's in 1837. Nothing is known about his life in the next ten years. In 1846, he was ordained priest, and in the following year he became rector of Wigginton, Hertfordshire.[4] He died there in 1853

Robert Richard Anstice



ON A PROBLEM IN COMBINATIONS.

By R. R. Anstice.

(*Continued from* Vol. VII. p. 292.).

To complete the discussion of the problem in combinations which I have begun, I will now give the general expression, a particular case of which was considered in my former paper, and add a sketch of the proof.

Let n be an odd number; let $3.2^{\alpha+1}.n+1$ be a prime; and let r be a primitive root thereto. Let ρ, ρ_1 be any two different roots of the equivalence

$$x^{2n}+1 \equiv 0 \quad (\text{modulus } 3.2^{\alpha+1}.n+1).$$

(This same modulus will be understood in all the equivalences in this paper where no other is expressed.)

Let α be any odd number less than $2^{\alpha+1}$. Also, as before, let k be the constant term, and P_0P_1, &c., Q_0Q_1, &c. the successive members of the two cycles. Then primary arrangement

$$= kP_0Q_0 + \Sigma\Sigma P_{\frac{\rho_1-\rho}{\rho_1-1}\rho^{2^{\alpha+1}+\alpha\rho'}}, \quad Q_{\rho^{2^{\alpha+1}+\alpha\rho'}}, \quad Q_{\rho\rho^{2^{\alpha+1}+\alpha\rho'}}$$

A. Cayley, *On a tactical theorem relating to the triads of fifteen things*, London, Edinburgh and Dublin Philos. Mag. **25** (1863), 59–61.

(Pred)povijest

Edwin C. Howell

Add languages

Article Talk Read Edit View history Tools

From Wikipedia, the free encyclopedia

Edwin Cull Howell (1860–1907) was a whist player in America in the late nineteenth century, at a time when the card game bridge was evolving from the card game whist. He devised the movement system bearing his name, for cards and players first used in duplicate whist and subsequently in duplicate bridge. He was also an accomplished mathematician and chess player.

Personal life [edit]

Little is known about Howell's personal life. He seems to have been an enigmatic figure. Born on 21 April 1860 in Nantucket, Massachusetts, he was the son of a clergyman in a home that looked askance on playing cards!.[1] His parents were George Howell and Frances Sarah Howell (*née* Cull), and he had three siblings.[2]

Howell was schooled at the Charlier Institute in New York City preparatory to entering Harvard in 1877. Howell learned to play cards, poker first, at Harvard College where he also excelled at chess and was playing championship standard whist by 1881. He left Harvard in 1881 before completing his degree and taught in a private school in Asbury Park New Jersey.[Note 1] He returned to Harvard in 1883, graduating with honors in mathematics for his AB (Bachelor of Arts) degree.

Moving to Baltimore, he taught mathematics at Johns Hopkins University (1884–85) and in two private schools, also becoming the amateur chess champion of that city. In 1887, he became a journalist and joined the staff of *The Daily News* in Baltimore. By 1889, he was on the *Boston Herald* where he worked for the next 14 years. In July 1903, he became assistant in the National Almanac Office of the U.S. Navy in Washington DC, a position he held until his death in 1907.[3]

A suggestion that he became a professor of mathematics at MIT was investigated by a PhD student but no evidence to that effect emerged.[4]

(Pred)povijest

clubs. He was also much involved in discussions to determine best systems of play and the laws of whist at the Fifth Annual Congress of the American Whist League.[9]

Movements [edit]

In duplicate bridge, there are two principal schemes for rotating the position of the players and the boards:

- The 'Mitchell Movement' named after John T. Mitchell, who published it in 1891 in *Duplicate Whist*[10] by McClurg of Chicago. Mitchell wrote several books on whist.[11]
- The 'Howell Movement' named after Edwin C. Howell, who worked it out for all numbers of teams from 6 through 46[12] probably using the mathematical device which later became known as Room Square. Howell Movement plans are readily available on the internet[13] or as printed cards from bridge supply shops. Howell's was pronounced by far the best system ever used in a tournament for fours (i.e. teams of four) in 1895[14] and an improvement on Mitchell's earlier movement method. During the summer of 1897 Howell published his "Method of Duplicate Whist for Pairs" consisting of indicating cards with instructions. Other prominent whist players of the time had contributed to discussions on methods, but Howell was the chief proponent.[15]

Publications [edit]

At least four books by Howell are available, three republished in recent years:[16][17]

- *The Howell Method of Duplicate Whist for Pairs: With the Latest Approved Methods of Scoring Under the Multiple and Improved Match Systems* (Classic Reprint, as republished by Forgotten Books")
- *Whist Openings: A Systematic Treatment of the Short-Suit Game* (Classic Reprint, as republished by Forgotten Books") originally published before 1896
- *The Minor Tactics of Chess* (1894) by Franklin Knowles and Edwin C. Howell

Povijest

W. D. Wallis, A. Penfold Street, J. Seberry Wallis, *Combinatorics: Room squares, sum-free sets, Hadamard matrices*, Springer-Verlag, 1972.

Povijest

W. D. Wallis, A. Penfold Street, J. Seberry Wallis, *Combinatorics: Room squares, sum-free sets, Hadamard matrices*, Springer-Verlag, 1972.

J. H. Dinitz, D. R. Stinson, *Room squares and related designs*, str. 137–204 u *Contemporary design theory*, John Wiley & Sons, Inc., 1992.

Povijest

W. D. Wallis, A. Penfold Street, J. Seberry Wallis, *Combinatorics: Room squares, sum-free sets, Hadamard matrices*, Springer-Verlag, 1972.

J. H. Dinitz, D. R. Stinson, *Room squares and related designs*, str. 137–204 u *Contemporary design theory*, John Wiley & Sons, Inc., 1992.

We now discuss the progress on the ten problems that were posed by W. D. Wallis in the 1972 monograph on Room squares [266]. Most of these questions are now solved. A short answer to each question is supplied here along with a reference to the relevent sections of this survey where more details are given.

1. *Is there a Room square of side 257? If so is there a skew one?* There are Room squares and skew Room squares for all odd orders $n \geq 7$ (Sections 1, 3, and 7).

2. *Suppose that there is a Room square of side r with a subsquare of side n. Is is necessarily true that $r \geq 3n+2$; however the best result is $r = 4n+1$. Is it possible that $3n+2 \leq r \leq 4n+1$? Is there a stronger bound than $r \geq 3n+2$?* The necessary condition is indeed $r \geq 3n+2$. This condition is

Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

Ekvivalentni objekti

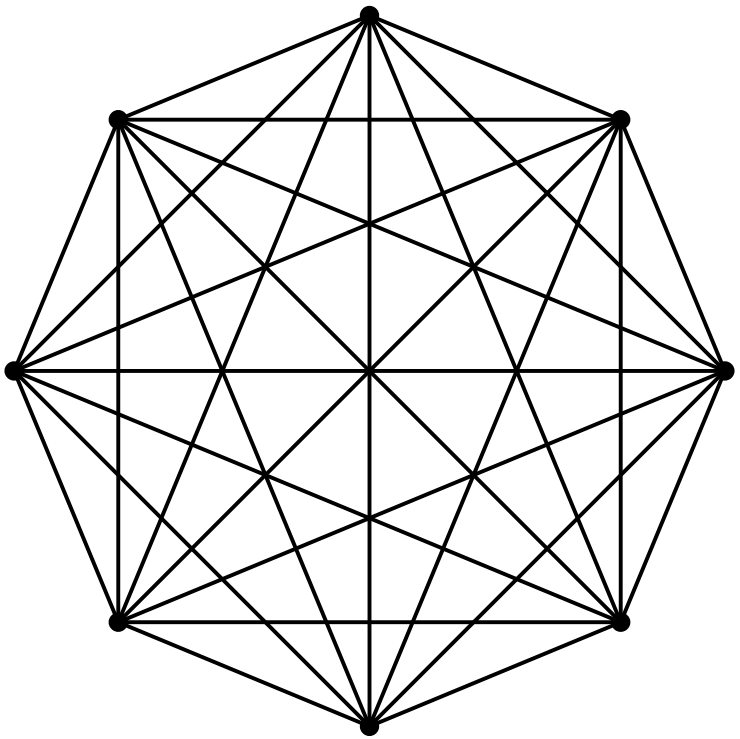
Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.

Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

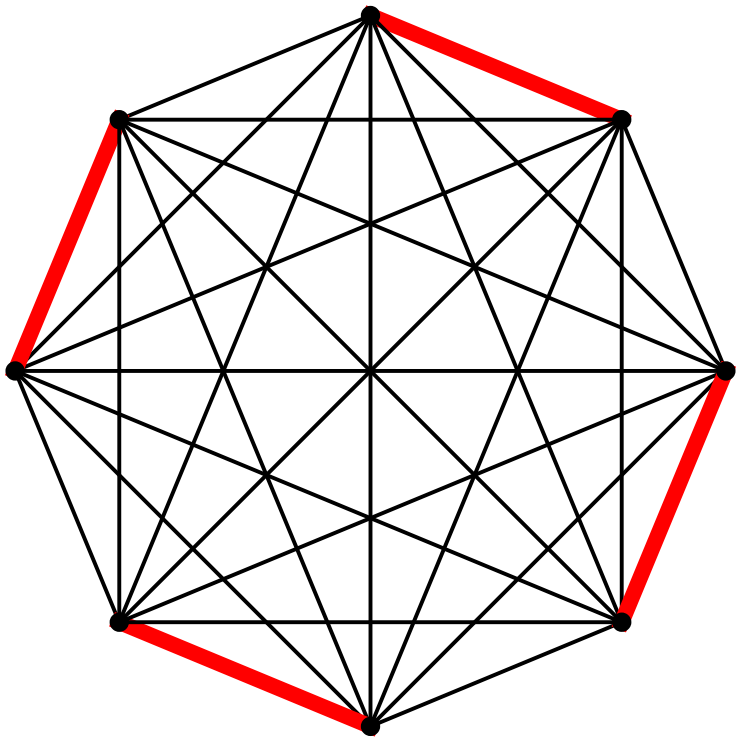
Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.



Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

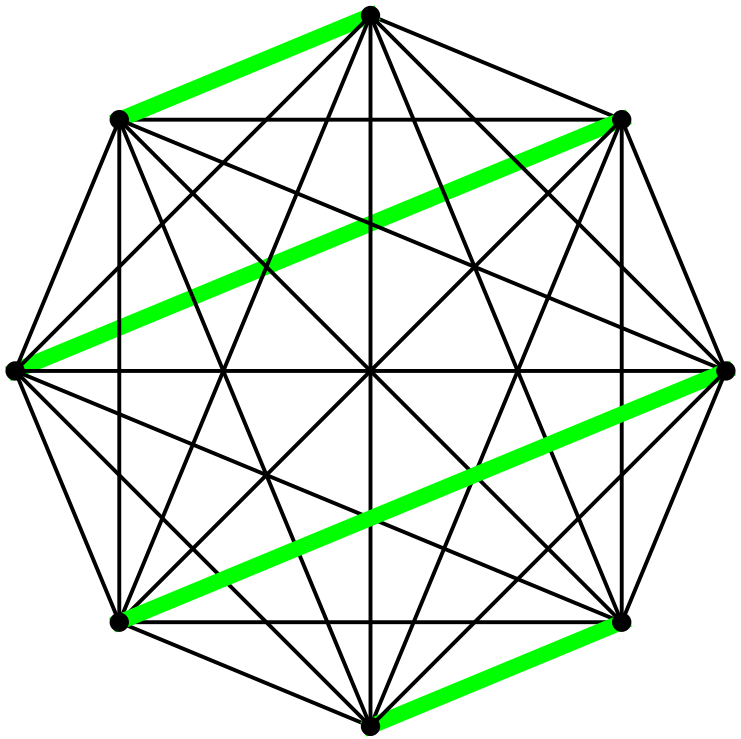
Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.



Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

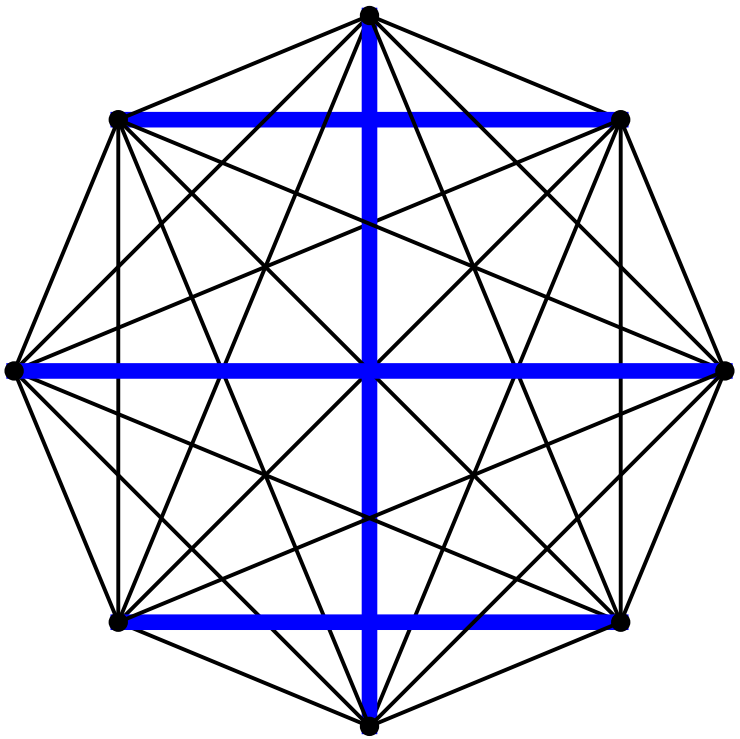
Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.



Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.



Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.

Faktorizacija grafa $\mathcal{G}$ je skup faktora koji nemaju zajedničkih bridova, a u uniji pokrivaju cijeli skup bridova od $\mathcal{G}$.

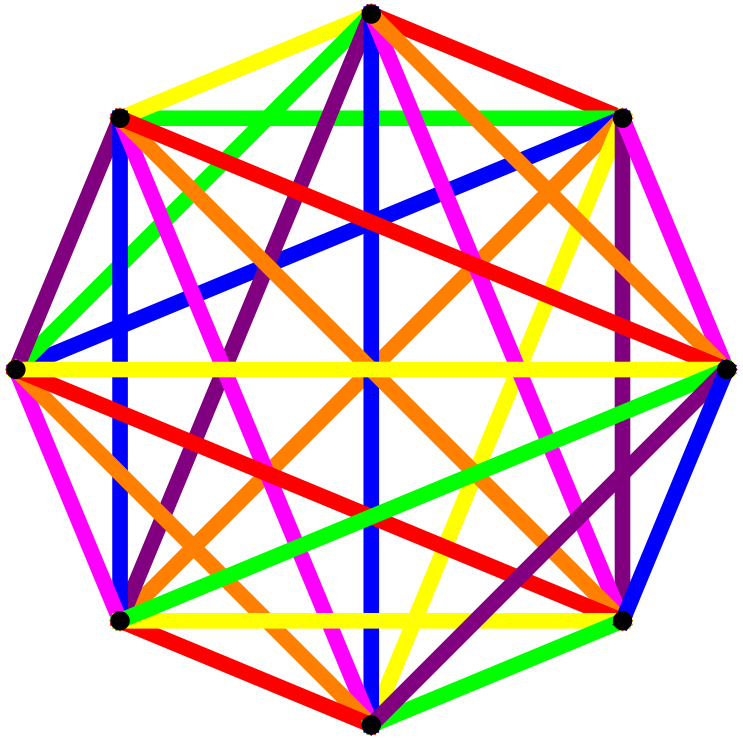
Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.

Faktorizacija grafa $\mathcal{G}$ je skup faktora koji nemaju zajedničkih bridova, a u uniji pokrivaju cijeli skup bridova od $\mathcal{G}$.

Npr. 1-faktorizacija potpunog grafa K_8:



Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.

Faktorizacija grafa $\mathcal{G}$ je skup faktora koji nemaju zajedničkih bridova, a u uniji pokrivaju cijeli skup bridova od $\mathcal{G}$.

Npr. 1-faktorizacija potpunog grafa K_8:

Faktorizacije $\mathcal{F}_1$ i $\mathcal{F}_2$ su ortogonalne ako bilo koji faktor iz $\mathcal{F}_1$ i bilo koji faktor iz $\mathcal{F}_2$ imaju najviše jedan zajednički brid.

Ekvivalentni objekti

Neka je $\mathcal{G}$ graf. Faktor od $\mathcal{G}$ je razapinjući podgraf (podgraf koji sadrži sve vrhove). Ako je faktor regularan stupnja r, kažemo da je r-faktor.

Npr. 1-faktor je skup bridova koji nemaju zajednički vrh, a pokrivaju sve vrhove, tj. savršeno sparivanje u grafu $\mathcal{G}$.

Faktorizacija grafa $\mathcal{G}$ je skup faktora koji nemaju zajedničkih bridova, a u uniji pokrivaju cijeli skup bridova od $\mathcal{G}$.

Npr. 1-faktorizacija potpunog grafa K_8:

Faktorizacije $\mathcal{F}_1$ i $\mathcal{F}_2$ su ortogonalne ako bilo koji faktor iz $\mathcal{F}_1$ i bilo koji faktor iz $\mathcal{F}_2$ imaju najviše jedan zajednički brid.

Teorem.

Roomov kvadrat reda n ekvivalentan je s dvije ortogonalne faktorizacije potpunog grafa K_{n+1}.

Ekvivalentni objekti

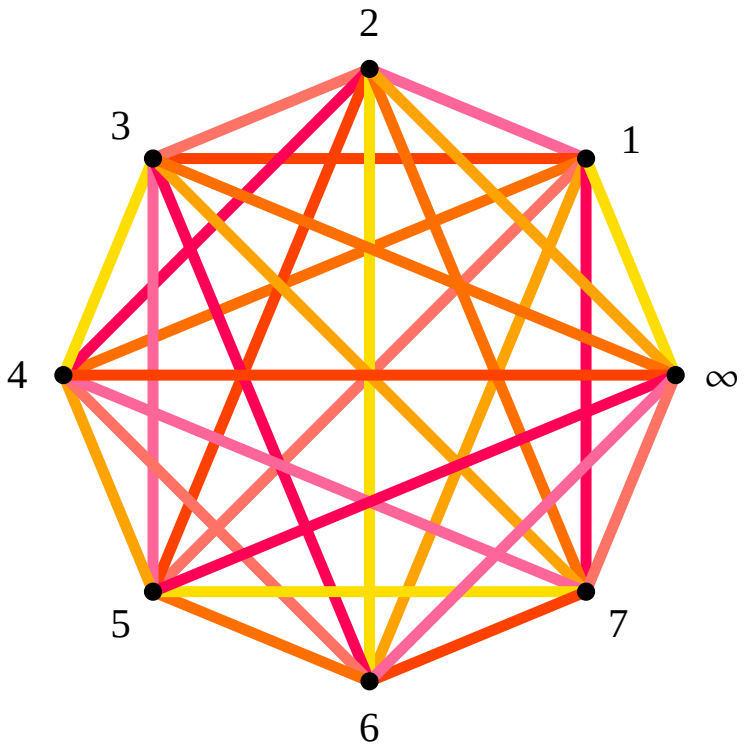
$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

Ekvivalentni objekti

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

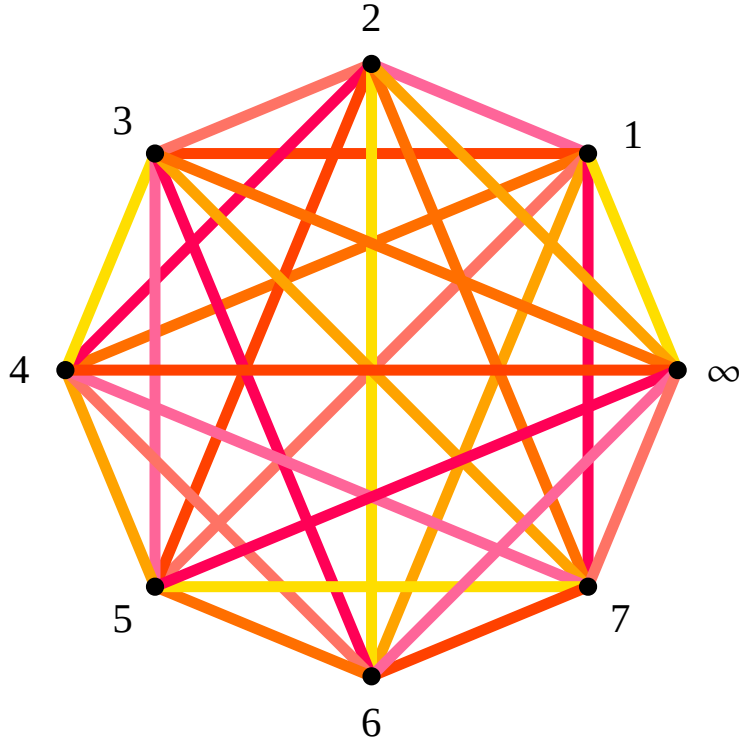
Ekvivalentni objekti

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$



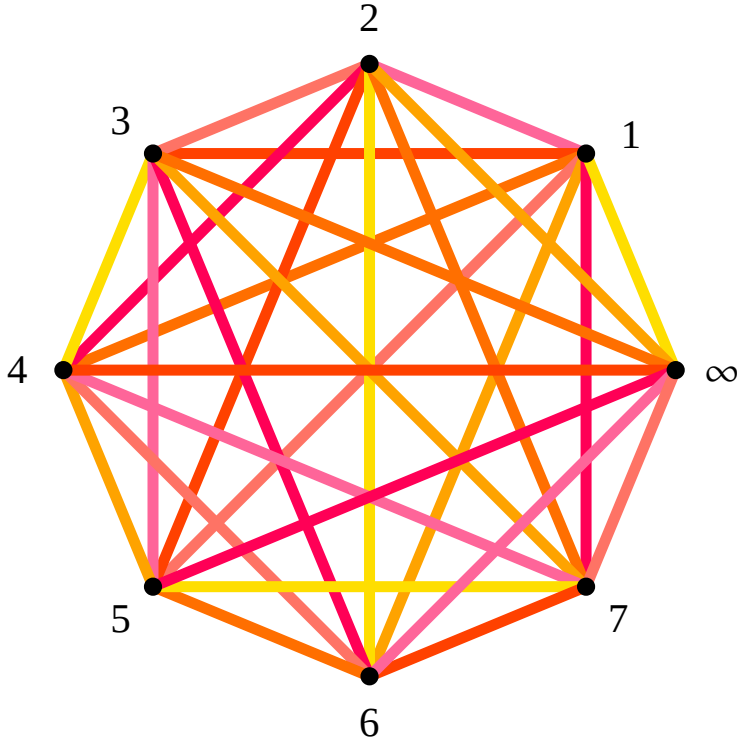
Ekvivalentni objekti

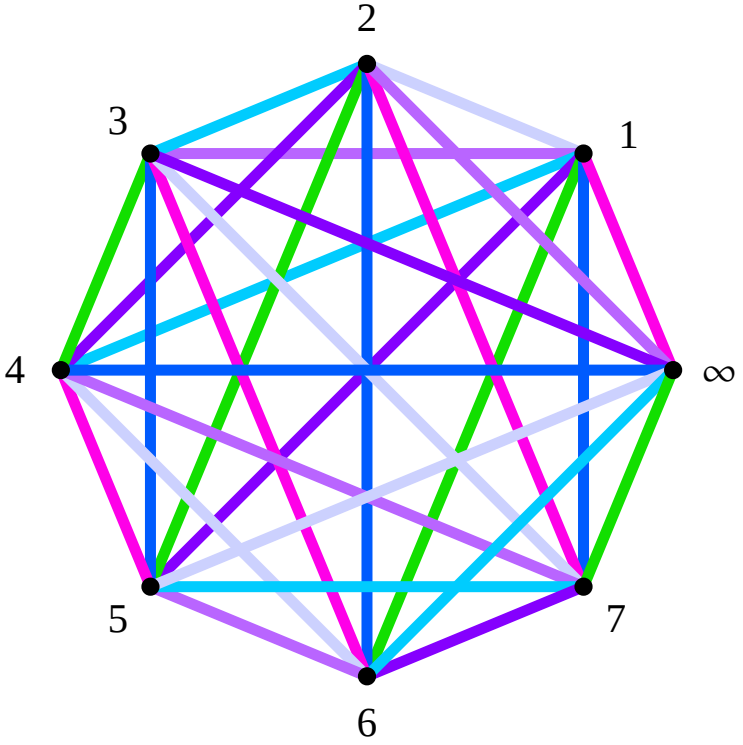
$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$



Ekvivalentni objekti

∞1			26		57	34
45	∞2			37		16
27	56	∞3			14	
	13	67	∞4			25
36		24	17	∞5		
	47		35	12	∞6	
		15		46	23	∞7





Ekvivalentni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M simetrično ortogonalni ako za sve $x, y \in \{1, \ldots, n\}$ postoji najviše jedan par $(i, j) \in \{1, \ldots, n\}^2$, $i \leq j$ takav da je $L(i, j) = x$ i $M(i, j) = y$.

Ekvivalentni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M simetrično ortogonalni ako za sve $x, y \in \{1, \ldots, n\}$ postoji najviše jedan par $(i, j) \in \{1, \ldots, n\}^2$, $i \leq j$ takav da je $L(i, j) = x$ i $M(i, j) = y$.

Teorem.

Standardizirani Roomov kvadrat reda n ekvivalentan je s dva simetrično ortogonalna latinska kvadrata reda n.

Ekvivalentni objekti

	1	2	3	4	5	6	7
1	$\infty 1$			26		57	34
2	45	$\infty 2$			37		16
3	27	56	$\infty 3$			14	
4		13	67	$\infty 4$			25
5	36		24	17	$\infty 5$		
6		47		35	12	$\infty 6$	
7			15		46	23	$\infty 7$

Ekvivalentni objekti

	1	2	3	4	5	6	7
1	$\infty 1$			26		57	34
2	45	$\infty 2$			37		16
3	27	56	$\infty 3$			14	
4		13	67	$\infty 4$			25
5	36		24	17	$\infty 5$		
6		47		35	12	$\infty 6$	
7			15		46	23	$\infty 7$

1						
	2					
		3				
			4			
				5		
					6	
						7

1						
	2					
		3				
			4			
				5		
					6	
						7

Ekvivalentni objekti

	1	2	3	4	5	6	7
1	$\infty 1$			26		57	34
2	45	$\infty 2$			37		16
3	27	56	$\infty 3$			14	
4		13	67	$\infty 4$			25
5	36		24	17	$\infty 5$		
6		47		35	12	$\infty 6$	
7			15		46	23	$\infty 7$

1	6					
6	2					
		3				
			4			
				5		
					6	
						7

1	5					
5	2					
		3				
			4			
				5		
					6	
						7

Ekvivalentni objekti

	1	2	3	4	5	6	7
1	$\infty 1$			26		57	34
2	45	$\infty 2$			37		16
3	27	56	$\infty 3$			14	
4		13	67	$\infty 4$			25
5	36		24	17	$\infty 5$		
6		47		35	12	$\infty 6$	
7			15		46	23	$\infty 7$

1	6	4				
6	2					
4		3				
			4			
				5		
					6	
						7

1	5	2				
5	2					
2		3				
			4			
				5		
					6	
						7

Ekvivalentni objekti

	1	2	3	4	5	6	7
1	$\infty 1$			26		57	34
2	45	$\infty 2$			37		16
3	27	56	$\infty 3$			14	
4		13	67	$\infty 4$			25
5	36		24	17	$\infty 5$		
6		47		35	12	$\infty 6$	
7			15		46	23	$\infty 7$

1	6	4				
6	2	7				
4	7	3				
			4			
				5		
					6	
						7

1	5	2				
5	2	6				
2	6	3				
			4			
				5		
					6	
						7

Ekvivalentni objekti

	1	2	3	4	5	6	7
1	$\infty 1$			26		57	34
2	45	$\infty 2$			37		16
3	27	56	$\infty 3$			14	
4		13	67	$\infty 4$			25
5	36		24	17	$\infty 5$		
6		47		35	12	$\infty 6$	
7			15		46	23	$\infty 7$

1	6	4	3	7	2	5
6	2	7	5	4	1	3
4	7	3	1	6	5	2
3	5	1	4	2	7	6
7	4	6	2	5	3	1
2	1	5	7	3	6	4
5	3	2	6	1	4	7

1	5	2	6	3	7	4
5	2	6	3	7	4	1
2	6	3	7	4	1	5
6	3	7	4	1	5	2
3	7	4	1	5	2	6
7	4	1	5	2	6	3
4	1	5	2	6	3	7

Ekvivalentni objekti

Roomov kvadrat reda n ekvivalentan je s "round robin" turnirom za $n+1$ timova. Timovi igraju u n rundi na n lokacija. Pritom vrijedi:

- svaki tim igra protiv svakog drugog tima točno jednom,
- svaki tim igra točno jednu utakmicu u svakoj rundi,
- svaki tim igra točno jednu utakmicu na svakoj lokaciji.

Ekvivalentni objekti

Roomov kvadrat reda n ekvivalentan je s "round robin" turnirom za $n+1$ timova. Timovi igraju u n rundi na n lokacija. Pritom vrijedi:

- svaki tim igra protiv svakog drugog tima točno jednom,
- svaki tim igra točno jednu utakmicu u svakoj rundi,
- svaki tim igra točno jednu utakmicu na svakoj lokaciji.

Lokacije

Runde

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Skup od d međusobno disjunktnih ISLS(n) sastoji se od najviše $d \leq n-2$ latinskih kvadrata. Za $d = n-2$ kažemo da je golfovski dizajn.

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Skup od d međusobno disjunktnih ISLS(n) sastoji se od najviše $d \leq n-2$ latinskih kvadrata. Za $d = n-2$ kažemo da je golfovski dizajn.

D. F. Robinson, *Constructing an annual round-robin tournament played on neutral grounds*, Math. Chronicle **10** (1981), 73–82.

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Skup od d međusobno disjunktnih ISLS(n) sastoji se od najviše $d \leq n-2$ latinskih kvadrata. Za $d = n-2$ kažemo da je golfovski dizajn.

D. F. Robinson, *Constructing an annual round-robin tournament played on neutral grounds*, Math. Chronicle **10** (1981), 73–82.

- Natječe se n golf klubova, svaki ima svoj teren.

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Skup od d međusobno disjunktnih ISLS(n) sastoji se od najviše $d \leq n-2$ latinskih kvadrata. Za $d = n-2$ kažemo da je golfovski dizajn.

D. F. Robinson, *Constructing an annual round-robin tournament played on neutral grounds*, Math. Chronicle **10** (1981), 73–82.

- Natječe se n golf klubova, svaki ima svoj teren.
- Organiziraju godišnji turnir: sastaju se jednom na svakom terenu i igraju svaki protiv svakog.

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Skup od d međusobno disjunktnih ISLS(n) sastoji se od najviše $d \leq n-2$ latinskih kvadrata. Za $d = n-2$ kažemo da je golfovski dizajn.

D. F. Robinson, *Constructing an annual round-robin tournament played on neutral grounds*, Math. Chronicle **10** (1981), 73–82.

- Natječe se n golf klubova, svaki ima svoj teren.
- Organiziraju godišnji turnir: sastaju se jednom na svakom terenu i igraju svaki protiv svakog.
- Klub na čijem se terenu sastanu ne igra. Ostali klubovi podijele se u parove i igraju po jednu "utakmicu".

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Skup od d međusobno disjunktnih ISLS(n) sastoji se od najviše $d \leq n-2$ latinskih kvadrata. Za $d = n-2$ kažemo da je golfovski dizajn.

D. F. Robinson, *Constructing an annual round-robin tournament played on neutral grounds*, Math. Chronicle **10** (1981), 73–82.

- Natječe se n golf klubova, svaki ima svoj teren.
- Organiziraju godišnji turnir: sastaju se jednom na svakom terenu i igraju svaki protiv svakog.
- Klub na čijem se terenu sastanu ne igra. Ostali klubovi podijele se u parove i igraju po jednu "utakmicu". $\Rightarrow$ n je neparan

Srodni objekti

Neka su L i M idempotentni simetrični latinski kvadrati reda n. Kažemo da su L i M disjunktni ako za sve $(i,j) \in \{1,\ldots,n\}^2$, $i \neq j$ vrijedi $L(i,j) \neq M(i,j)$.

Skup od d međusobno disjunktnih ISLS(n) sastoji se od najviše $d \leq n-2$ latinskih kvadrata. Za $d = n-2$ kažemo da je golfovski dizajn.

D. F. Robinson, *Constructing an annual round-robin tournament played on neutral grounds*, Math. Chronicle **10** (1981), 73–82.

- Natječe se n golf klubova, svaki ima svoj teren.
- Organiziraju godišnji turnir: sastaju se jednom na svakom terenu i igraju svaki protiv svakog.
- Klub na čijem se terenu sastanu ne igra. Ostali klubovi podijele se u parove i igraju po jednu "utakmicu". $\Rightarrow$ n je neparan
- Turnir zadajemo idempotentnim simetričnim latinskim kvadratom reda n: reci i stupci su klubovi, a unosi teren na kojem igraju.

Srodni objekti

- Natjecanje se ponavlja iz godine u godinu. Cilj je da u $n-2$ uzastopnih godina svaki par klubova igra jednom na svakom "neutralnom terenu".

Srodni objekti

- Natjecanje se ponavlja iz godine u godinu. Cilj je da u $n-2$ uzastopnih godina svaki par klubova igra jednom na svakom "neutralnom terenu". $\rightsquigarrow$ **golfovski dizajn**

Srodni objekti

- Natjecanje se ponavlja iz godine u godinu. Cilj je da u $n-2$ uzastopnih godina svaki par klubova igra jednom na svakom "neutralnom terenu". $\rightsquigarrow$ **golfovski dizajn**

A	C	E	F	B	G	D
C	B	G	E	F	D	A
E	G	C	A	D	B	F
F	E	A	D	G	C	B
B	F	D	G	E	A	C
G	D	B	C	A	F	E
D	A	F	B	C	E	G

A	D	G	B	F	E	C
D	B	F	A	G	C	E
G	F	C	E	B	A	D
B	A	E	D	C	G	F
F	G	B	C	E	D	A
E	C	A	G	D	F	B
C	E	D	F	A	B	G

A	E	F	G	C	D	B
E	B	D	C	A	G	F
F	D	C	B	G	E	A
G	C	B	D	F	A	E
C	A	G	F	E	B	D
D	G	E	A	B	F	C
B	F	A	E	D	C	G

A	F	D	C	G	B	E
F	B	E	G	D	A	C
D	E	C	F	A	G	B
C	G	F	D	B	E	A
G	D	A	B	E	C	F
B	A	G	E	C	F	D
E	C	B	A	F	D	G

A	G	B	E	D	C	F
G	B	A	F	C	E	D
B	A	C	G	F	D	E
E	F	G	D	A	B	C
D	C	F	A	E	G	B
C	E	D	B	G	F	A
F	D	E	C	B	A	G

Srodni objekti

Teorem.

Golfovski dizajn reda n postoji ako i samo ako je $n \geq 3$ neparan i $n \neq 5$.

Srodni objekti

Teorem.

Golfovski dizajn reda n postoji ako i samo ako je $n \geq 3$ neparan i $n \neq 5$.

W. D. Wallis, *The problem of the hospitable golfers*, Ars Combin. **15** (1983), 149–152.

L. Teirlinck, *On the use of pairwise balanced designs and closure spaces in the construction of structures of degree at least* 3, Matematiche (Catania) **45** (1990), no. 1, 197–218.

C. J. Colbourn, G. Nonay, *A golf design of order* 11, J. Statist. Plann. Inference **58** (1997), no. 1, 29–31.

Y. Chang, *The existence spectrum of golf designs*, J. Combin. Des. **15** (2007), no. 1, 84–89. $(n = 41)$

Srodni objekti

Neka su $\mathcal{L} = \{L_1, \ldots, L_{n-2}\}$ i $\mathcal{M} = \{M_1, \ldots, M_{n-2}\}$ golfovski dizajni reda n. Kažemo da su ortogonalni ako su L_i i M_i simetrično ortogonalni za svaki $i = 1, \ldots, n-2$.

Srodni objekti

Neka su $\mathcal{L} = \{L_1, \ldots, L_{n-2}\}$ i $\mathcal{M} = \{M_1, \ldots, M_{n-2}\}$ golfovski dizajni reda n. Kažemo da su ortogonalni ako su L_i i M_i simetrično ortogonalni za svaki $i = 1, \ldots, n-2$.

H. Lu, J. Chen, H. Cao, *On a pair of orthogonal golf designs*, Discrete Math. **346** (2023), no. 8, Paper No. 113406, 6 pp.

Teorem.

Postoje ortogonalni golfovski dizajni reda $n = 13$, 15, 17 i svih redova oblika $n = 13^m + 2$.

Srodni objekti

Neka su $\mathcal{L} = \{L_1, \ldots, L_{n-2}\}$ i $\mathcal{M} = \{M_1, \ldots, M_{n-2}\}$ golfovski dizajni reda n. Kažemo da su ortogonalni ako su L_i i M_i simetrično ortogonalni za svaki $i = 1, \ldots, n-2$.

H. Lu, J. Chen, H. Cao, *On a pair of orthogonal golf designs*, Discrete Math. **346** (2023), no. 8, Paper No. 113406, 6 pp.

Teorem.

Postoje ortogonalni golfovski dizajni reda $n = 13$, 15, 17 i svih redova oblika $n = 13^m + 2$.

Na par ortogonalnih golfovskih dizajna redan n možemo gledati kao na maksimalni skup "međusobno disjunktnih" Roomovih kvadrata reda n.

Egzistencija Roomovih kvadrata

$n = 1$: $\boxed{\infty 1}$

Egzistencija Roomovih kvadrata

$n = 1$: $\boxed{\infty 1}$

Propozicija.

Ne postoji Roomov kvadrat reda $n = 3$.

Egzistencija Roomovih kvadrata

$n = 1$: $\boxed{\infty 1}$

Propozicija.

Ne postoji Roomov kvadrat reda $n = 3$.

$\infty 1$		
	$\infty 2$	
		$\infty 3$

Egzistencija Roomovih kvadrata

$n = 1$: $\boxed{\infty 1}$

Propozicija.

Ne postoji Roomov kvadrat reda $n = 3$.

$\infty 1$		
	$\infty 2$	
		$\infty 3$

12?

Egzistencija Roomovih kvadrata

$n = 1$: $\boxed{\infty 1}$

Propozicija.

Ne postoji Roomov kvadrat reda $n = 3$.

$\infty 1$		
	$\infty 2$	
		$\infty 3$

12?

Propozicija.

Ne postoji Roomov kvadrat reda $n = 5$.

Egzistencija Roomovih kvadrata

$n = 1$: $\boxed{\infty 1}$

Propozicija.

Ne postoji Roomov kvadrat reda $n = 3$.

$\infty 1$		
	$\infty 2$	
		$\infty 3$

12?

Propozicija.

Ne postoji Roomov kvadrat reda $n = 5$.

$n = 7$:

$\infty 1$			26		57	34
45	$\infty 2$			37		16
27	56	$\infty 3$			14	
	13	67	$\infty 4$			25
36		24	17	$\infty 5$		
	47		35	12	$\infty 6$	
		15		46	23	$\infty 7$

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Neka je $(G, +)$ Abelova grupa reda n. Starter u G je particija od $G \setminus \{0\}$ u dvočlane podskupove $S = \{\{x_1, y_1\}, \ldots, \{x_k, y_k\}\}$ $(n = 2k + 1)$ takva da se među razlikama $\pm(x_1 - y_1), \ldots, \pm(x_k - y_k)$ svaki element iz $G \setminus \{0\}$ pojavljuje točno jednom.

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Neka je $(G, +)$ Abelova grupa reda n. Starter u G je particija od $G \setminus \{0\}$ u dvočlane podskupove $S = \{\{x_1, y_1\}, \ldots, \{x_k, y_k\}\}$ $(n = 2k + 1)$ takva da se među razlikama $\pm(x_1 - y_1), \ldots, \pm(x_k - y_k)$ svaki element iz $G \setminus \{0\}$ pojavljuje točno jednom.

Adder za S je uređena k-torka $A = (a_1, \ldots, a_k)$ međusobno različitih elemenata iz $G \setminus \{0\}$ takva da je $S + A = \{\{x_i + a_i, y_i + a_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ također starter.

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Neka je $(G, +)$ Abelova grupa reda n. Starter u G je particija od $G \setminus \{0\}$ u dvočlane podskupove $S = \{\{x_1, y_1\}, \ldots, \{x_k, y_k\}\}$ $(n = 2k + 1)$ takva da se među razlikama $\pm(x_1 - y_1), \ldots, \pm(x_k - y_k)$ svaki element iz $G \setminus \{0\}$ pojavljuje točno jednom.

Adder za S je uređena k-torka $A = (a_1, \ldots, a_k)$ međusobno različitih elemenata iz $G \setminus \{0\}$ takva da je $S + A = \{\{x_i + a_i, y_i + a_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ također starter.

Teorem.

Ako u grupi reda n postoji starter S i odgovarajući adder A, onda postoji Roomov kvadrat reda n.

Egzistencija Roomovih kvadrata

Numeriramo elemente grupe $G = \{g_1 = 0, g_2, \ldots, g_n\}$ i s njima indeksiramo matricu M:

$$M(g_i, g_j) = \begin{cases} \{\infty, g_i\}, & \text{ako je } i = j, \\ \{x_m + g_i, y_m + g_i\}, & \text{ako je } g_i - g_j = a_m \in A, \\ \emptyset, & \text{ako } g_i - g_j \notin A. \end{cases}$$

Tako dobijemo standardizirani Roomov kvadrat, koji je ciklički ako je G ciklička grupa.

Egzistencija Roomovih kvadrata

Numeriramo elemente grupe $G = \{g_1 = 0, g_2, \ldots, g_n\}$ i s njima indeksiramo matricu M:

$$M(g_i, g_j) = \begin{cases} \{\infty, g_i\}, & \text{ako je } i = j, \\ \{x_m + g_i, y_m + g_i\}, & \text{ako je } g_i - g_j = a_m \in A, \\ \emptyset, & \text{ako } g_i - g_j \notin A. \end{cases}$$

Tako dobijemo standardizirani Roomov kvadrat, koji je ciklički ako je G ciklička grupa.

Npr. $G = \mathbb{Z}_7 = \{0, \ldots, 6\}$, $S = \{\{2,3\}, \{4,6\}, \{1,5\}\}$, $A = (1,2,4)$ daju

$\infty 0$			15		46	23
34	$\infty 1$			26		05
16	45	$\infty 2$			03	
	02	56	$\infty 3$			14
25		13	06	$\infty 4$		
	36		24	01	$\infty 5$	
		04		35	12	$\infty 6$

Egzistencija Roomovih kvadrata

Neka su $S = \{\{x_i, y_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ i $S' = \{\{x'_i, y'_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ starteri. Budući da $\pm(x_i - y_i)$ i $\pm(x'_i - y'_i)$ pokrivaju $G \setminus \{0\}$, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $x_i - y_i = x'_i - y'_i$, $\forall i$.

Egzistencija Roomovih kvadrata

Neka su $S = \{\{x_i, y_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ i $S' = \{\{x'_i, y'_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ starteri. Budući da $\pm(x_i - y_i)$ i $\pm(x'_i - y'_i)$ pokrivaju $G \setminus \{0\}$, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $x_i - y_i = x'_i - y'_i$, $\forall i$.

Kažemo da su S i S' ortogonalni ako su elementi $x_i - x'_i = y_i - y'_i$, $i = 1, \ldots, k$ međusobno različiti i nisu 0.

Egzistencija Roomovih kvadrata

Neka su $S = \{\{x_i, y_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ i $S' = \{\{x'_i, y'_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ starteri. Budući da $\pm(x_i - y_i)$ i $\pm(x'_i - y'_i)$ pokrivaju $G \setminus \{0\}$, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $x_i - y_i = x'_i - y'_i$, $\forall i$.

Kažemo da su S i S' ortogonalni ako su elementi $x_i - x'_i = y_i - y'_i$, $i = 1, \ldots, k$ međusobno različiti i nisu 0.

Ako je S starter i A odgovarajući adder, onda su starteri S i $S + A$ ortogonalni.

Egzistencija Roomovih kvadrata

Neka su $S = \{\{x_i, y_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ i $S' = \{\{x'_i, y'_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ starteri. Budući da $\pm(x_i - y_i)$ i $\pm(x'_i - y'_i)$ pokrivaju $G \setminus \{0\}$, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $x_i - y_i = x'_i - y'_i$, $\forall i$.

Kažemo da su S i S' ortogonalni ako su elementi $x_i - x'_i = y_i - y'_i$, $i = 1, \ldots, k$ međusobno različiti i nisu 0.

Ako je S starter i A odgovarajući adder, onda su starteri S i $S + A$ ortogonalni.

Obrnuto, ako su S i S' ortogonalni starteri, onda postoji adder A takav da je $S' = S + A$.

Egzistencija Roomovih kvadrata

Neka su $S = \{\{x_i, y_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ i $S' = \{\{x'_i, y'_i\} \mid i = 1, \ldots, k\}$ starteri. Budući da $\pm(x_i - y_i)$ i $\pm(x'_i - y'_i)$ pokrivaju $G \setminus \{0\}$, bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti $x_i - y_i = x'_i - y'_i$, $\forall i$.

Kažemo da su S i S' ortogonalni ako su elementi $x_i - x'_i = y_i - y'_i$, $i = 1, \ldots, k$ međusobno različiti i nisu 0.

Ako je S starter i A odgovarajući adder, onda su starteri S i $S + A$ ortogonalni.

Obrnuto, ako su S i S' ortogonalni starteri, onda postoji adder A takav da je $S' = S + A$.

Teorem.

Ako u grupi reda n postoje dva ortogonalna startera, onda postoji Roomov kvadrat reda n.

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Horton, Mullin, Nemeth, Stanton, Wallis...

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Horton, Mullin, Nemeth, Stanton, Wallis...

W. D. Wallis, A. Penfold Street, J. Seberry Wallis, *Combinatorics: Room squares, sum-free sets, Hadamard matrices*, Springer-Verlag, 1972.

Pokriveni svi neparni redovi osim $n = 257$.

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Horton, Mullin, Nemeth, Stanton, Wallis...

W. D. Wallis, A. Penfold Street, J. Seberry Wallis, *Combinatorics: Room squares, sum-free sets, Hadamard matrices*, Springer-Verlag, 1972.

Pokriveni svi neparni redovi osim $n = 257$.

W. D. Wallis, *A Room square of side* 257, Congr. Numer. **8** (1973), 533.

J. F. Dillon, R. A. Morris, *A skew Room square of side* 257, Utilitas Math. **4** (1973), 187–192.

Egzistencija Roomovih kvadrata

R. G. Stanton, R. C. Mullin, *Construction of Room squares*, Ann. Math. Statist. **39** (1968), 1540–1548.

Horton, Mullin, Nemeth, Stanton, Wallis...

W. D. Wallis, A. Penfold Street, J. Seberry Wallis, *Combinatorics: Room squares, sum-free sets, Hadamard matrices*, Springer-Verlag, 1972.

Pokriveni svi neparni redovi osim $n = 257$.

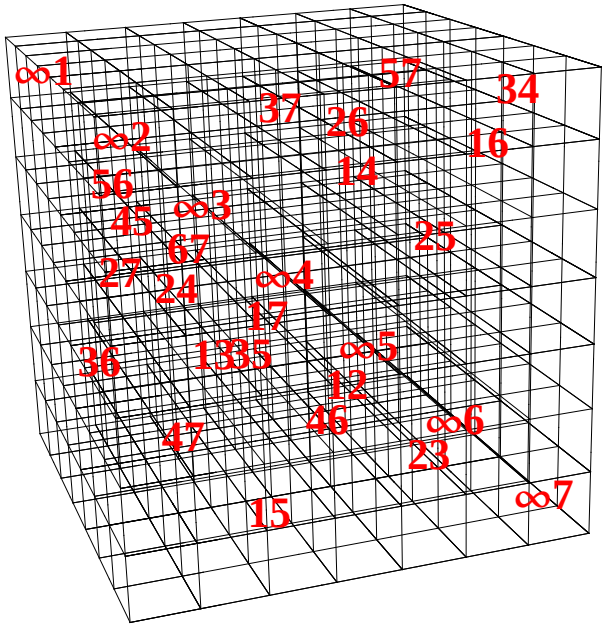
W. D. Wallis, *A Room square of side* 257, Congr. Numer. **8** (1973), 533.

J. F. Dillon, R. A. Morris, *A skew Room square of side* 257, Utilitas Math. **4** (1973), 187–192.

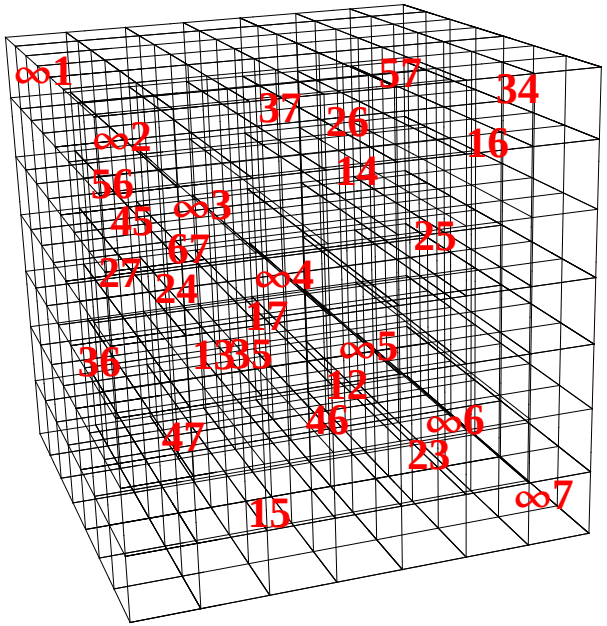
Teorem.

Roomov kvadrat reda n postoji ako i samo ako je n neparan i $n \neq 3, 5$.
Za iste redove postoje i antisimetrični Roomovi kvadrati.

Višedimenzionalne Roomove kocke

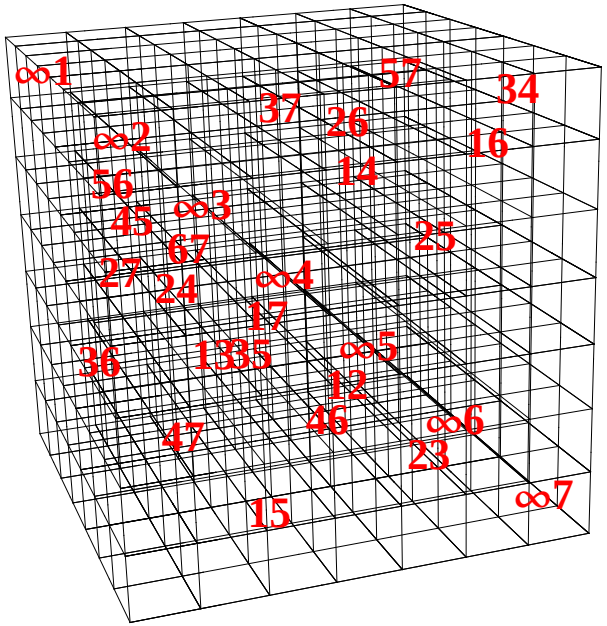


Višedimenzionalne Roomove kocke



∞1	56	24		37		
	∞2	67	35		14	
		∞3	17	46		25
36			∞4	12	57	
	47			∞5	23	16
27		15			∞6	34
45	13		26			∞7

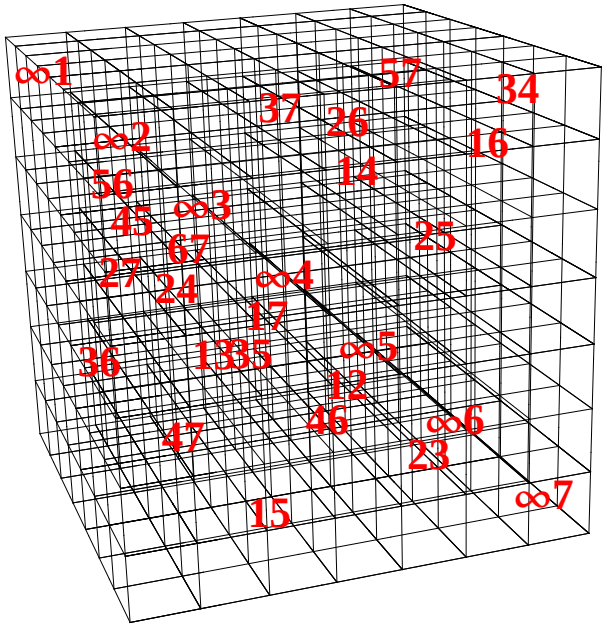
Višedimenzionalne Roomove kocke



∞1	56	24		37		
	∞2	67	35		14	
		∞3	17	46		25
36			∞4	12	57	
	47			∞5	23	16
27		15			∞6	34
45	13		26			∞7

∞1			36		27	45
56	∞2			47		13
24	67	∞3			15	
	35	17	∞4			26
37		46	12	∞5		
	14		57	23	∞6	
		25		16	34	∞7

Višedimenzionalne Roomove kocke



∞1	56	24		37		
	∞2	67	35		14	
		∞3	17	46		25
36			∞4	12	57	
	47			∞5	23	16
27		15			∞6	34
45	13		26			∞7

∞1			36		27	45
56	∞2			47		13
24	67	∞3			15	
	35	17	∞4			26
37		46	12	∞5		
	14		57	23	∞6	
		25		16	34	∞7

26	34		57			∞1
45		16			∞2	37
	27			∞3	14	56
13			∞4	25	67	
		∞5	36	17		24
	∞6	47	12		35	
∞7	15	23		46		

Višedimenzionalne Roomove kocke

Roomova d-dimenzionalna kocka je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima koji su prazni ili dvočlani podskupovi od $\{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$ takva da je projekcija na bilo koje dvije koordinate Roomov kvadrat.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Roomova d-dimenzionalna kocka je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima koji su prazni ili dvočlani podskupovi od $\{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$ takva da je projekcija na bilo koje dvije koordinate Roomov kvadrat.

Kocka simetričnih dizajna je $v \times \cdots \times v$ matrica s unosima $\{0, 1\}$ takva da je bilo koja 2-dimenzionalna "šnita" incidencijska matrica simetričnog (v, k, λ) dizajna.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Roomova d-dimenzionalna kocka je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima koji su prazni ili dvočlani podskupovi od $\{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$ takva da je projekcija na bilo koje dvije koordinate Roomov kvadrat.

Kocka simetričnih dizajna je $v \times \cdots \times v$ matrica s unosima $\{0, 1\}$ takva da je bilo koja 2-dimenzionalna "šnita" incidencijska matrica simetričnog (v, k, λ) dizajna.

Prava d-dimenzionalna Hadamardova matrica je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima $\{-1, 1\}$ takva da je bilo koja 2-dim. "šnita" Hadamardova.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Roomova d-dimenzionalna kocka je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima koji su prazni ili dvočlani podskupovi od $\{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$ takva da je projekcija na bilo koje dvije koordinate Roomov kvadrat.

Kocka simetričnih dizajna je $v \times \cdots \times v$ matrica s unosima $\{0, 1\}$ takva da je bilo koja 2-dimenzionalna "šnita" incidencijska matrica simetričnog (v, k, λ) dizajna.

Prava d-dimenzionalna Hadamardova matrica je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima $\{-1, 1\}$ takva da je bilo koja 2-dim. "šnita" Hadamardova.

(Neprava) d-dimenzionalna Hadamardova matrica je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima $\{-1, 1\}$ takva da su bilo koja dva $(d-1)$-dimenzionalna paralelna sloja međusobno ortogonalna.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Roomova d-dimenzionalna kocka je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima koji su prazni ili dvočlani podskupovi od $\{\infty, 1, 2, \ldots, n\}$ takva da je projekcija na bilo koje dvije koordinate Roomov kvadrat. **Zašto?**

Kocka simetričnih dizajna je $v \times \cdots \times v$ matrica s unosima $\{0, 1\}$ takva da je bilo koja 2-dimenzionalna "šnita" incidencijska matrica simetričnog (v, k, λ) dizajna.

Prava d-dimenzionalna Hadamardova matrica je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima $\{-1, 1\}$ takva da je bilo koja 2-dim. "šnita" Hadamardova.

(Neprava) d-dimenzionalna Hadamardova matrica je $n \times \cdots \times n$ matrica s unosima $\{-1, 1\}$ takva da su bilo koja dva $(d-1)$-dimenzionalna paralelna sloja međusobno ortogonalna.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Teorem.

Roomova d-kocka reda n ekvivalentna je s:

- d međusobno ortogonalnih faktorizacija potpunog grafa K_{n+1},
- d u parovima simetrično ortogonalnih $ISLS(n)$.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Teorem.

Roomova d-kocka reda n ekvivalentna je s:

- d međusobno ortogonalnih faktorizacija potpunog grafa K_{n+1},
- d u parovima simetrično ortogonalnih $ISLS(n)$.

Teorem.

Ako u grupi reda n postoji d međusobno ortogonalnih startera, onda postoji Roomova d-kocka reda n.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Teorem.

Roomova d-kocka reda n ekvivalentna je s:

- d međusobno ortogonalnih faktorizacija potpunog grafa K_{n+1},
- d u parovima simetrično ortogonalnih $ISLS(n)$.

Teorem.

Ako u grupi reda n postoji d međusobno ortogonalnih startera, onda postoji Roomova d-kocka reda n.

$$\begin{aligned}\nu(n) &= \text{najveći } d \text{ takav da postoji Roomova } d\text{-kocka reda } n\\ &= \text{najveći } d \text{ takav da postoji } d \text{ ortogonalnih faktorizacija od } K_{n+1}\\ &= \text{najveći } d \text{ takav da postoji } d \text{ simetrično ortogonalnih } ISLS(n)\end{aligned}$$

Višedimenzionalne Roomove kocke

Propozicija.

$$\nu(n) \leq n - 2$$

Višedimenzionalne Roomove kocke

Propozicija.

$$\nu(n) \leq n - 2$$

Hipoteza (W. D. Wallis): $\nu(n) \leq \frac{1}{2}(n-1)$

Višedimenzionalne Roomove kocke

Propozicija.

$$\nu(n) \leq n - 2$$

Hipoteza (W. D. Wallis): $\nu(n) \leq \frac{1}{2}(n-1)$

J. H. Dinitz, *Room squares*, u: *The Handbook of Combinatorial Designs, Second Edition* (urednici C. J. Colbourn i J. H. Dinitz), CRC Press, 2007., str. 584–590.

n	$\nu(n) \geq$	n	$\nu(n) \geq$	n	$\nu(n) \geq$	n	$\nu(n) \geq$
1	$= \infty$	27	13	53	17	79	39
3	$= 1$	29	13	55	5	81	5
5	$= 1$	31	15	57	5	83	41
7	$= 3$	33	5	59	29	85	5
9	$= 4$	35	5	61	21	87	5
11	5	37	15	63	5	89	11
13	5	39	5	65	5	91	5
15	4	41	9	67	33	93	5
17	5	43	21	69	5	95	5
19	9	45	5	71	35	97	5
21	5	47	23	73	9	99	5
23	11	49	5	75	5	101	31
25	7	51	5	77	5	103	51

Višedimenzionalne Roomove kocke

Teorem.

Ako je $q = 2^k \cdot t + 1$ prim potencija i t neparan, onda je $\nu(q) \geq t$.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Teorem.

Ako je $q = 2^k \cdot t + 1$ prim potencija i t neparan, onda je $\nu(q) \geq t$.

Teorem.

Za sve $n \geq 7$ vrijedi $\nu(n) \geq 3$.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Teorem.

Ako je $q = 2^k \cdot t + 1$ prim potencija i t neparan, onda je $\nu(q) \geq t$.

Teorem.

Za sve $n \geq 7$ vrijedi $\nu(n) \geq 3$.

Teorem.

Za sve $n \geq 17$ vrijedi $\nu(n) \geq 5$.

Višedimenzionalne Roomove kocke

Teorem.

Ako je $q = 2^k \cdot t + 1$ prim potencija i t neparan, onda je $\nu(q) \geq t$.

Teorem.

Za sve $n \geq 7$ vrijedi $\nu(n) \geq 3$.

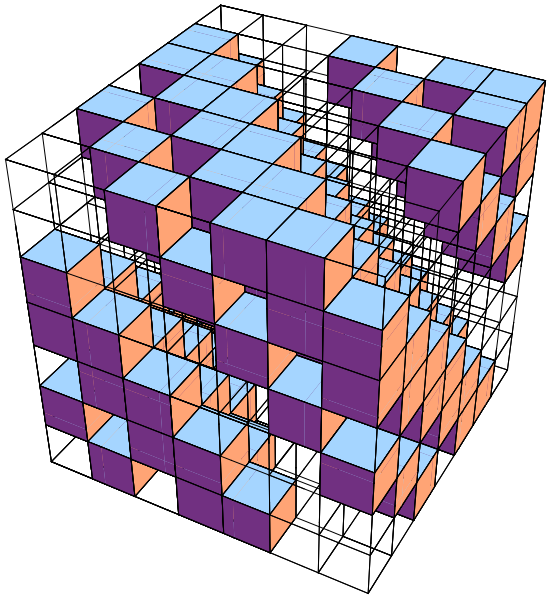
Teorem.

Za sve $n \geq 17$ vrijedi $\nu(n) \geq 5$.

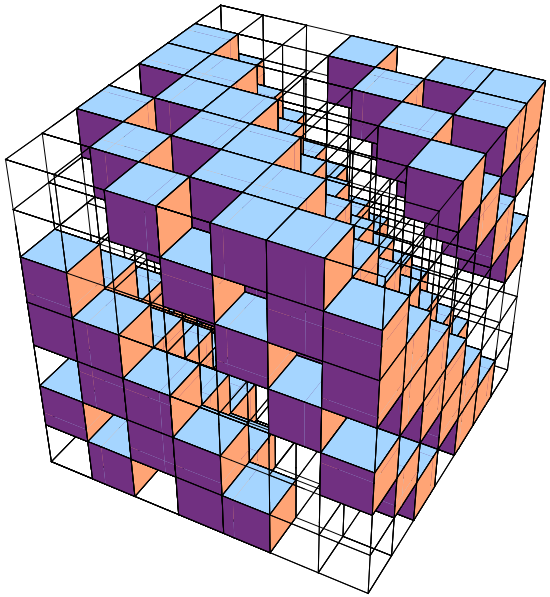
Teorem.

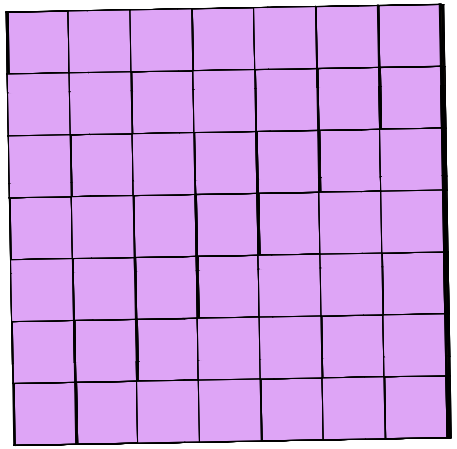
Vrijedi $\lim\limits_{k \to \infty} \nu(2k+1) = \infty$.

Fanova kocka

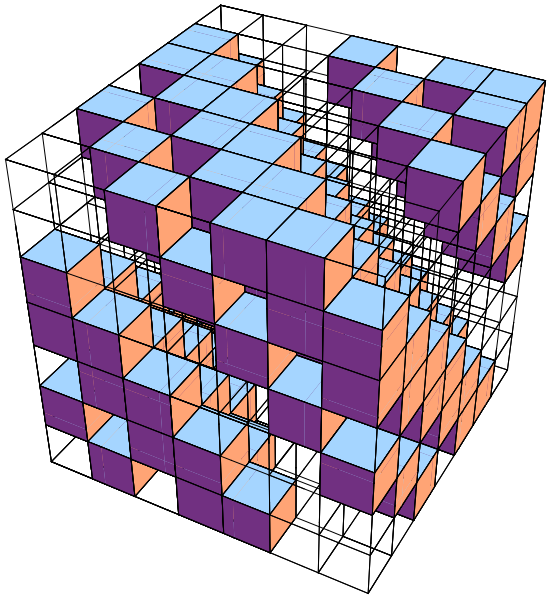


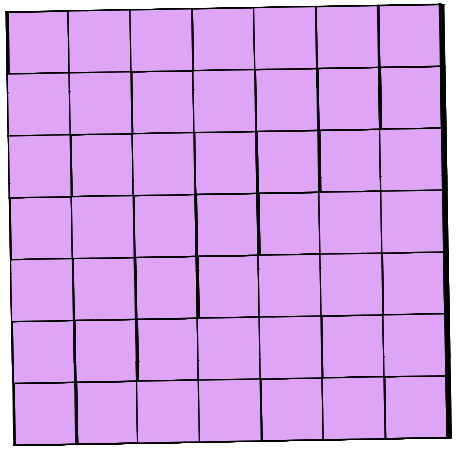
Fanova kocka

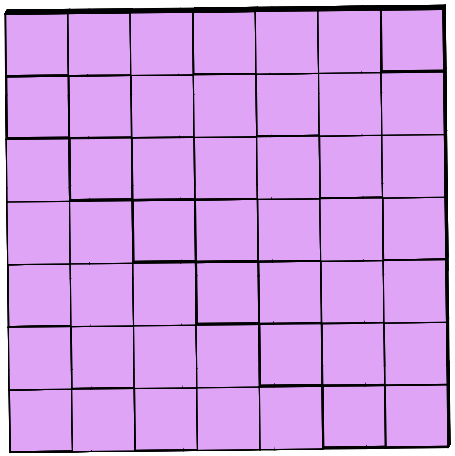




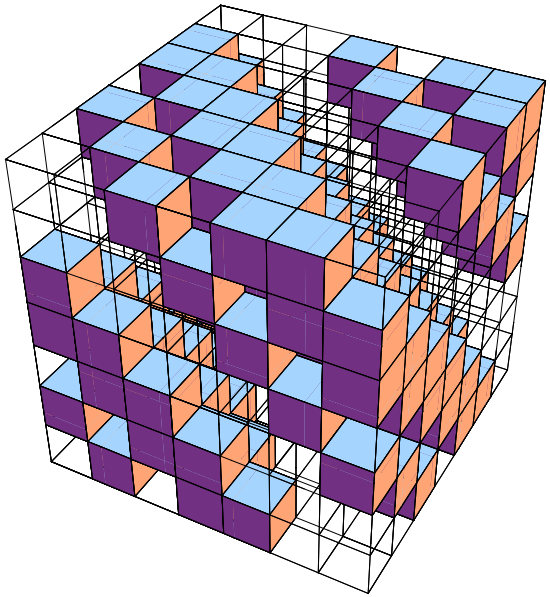
Fanova kocka

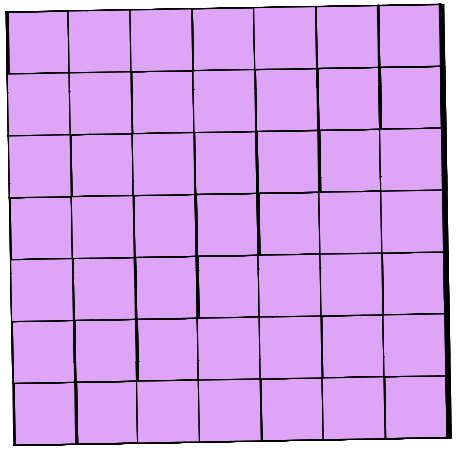


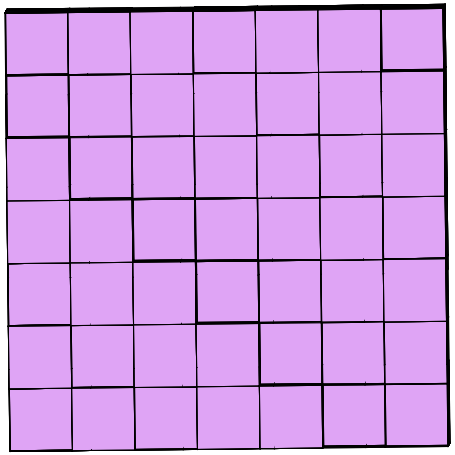


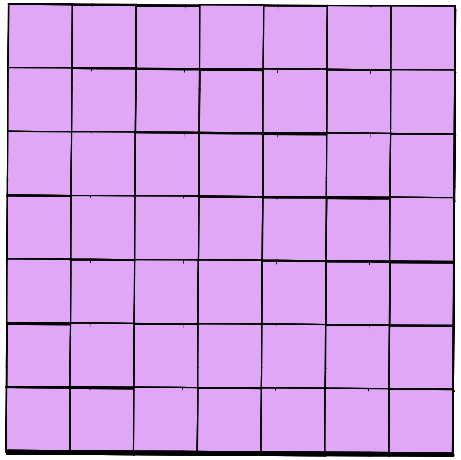


Fanova kocka

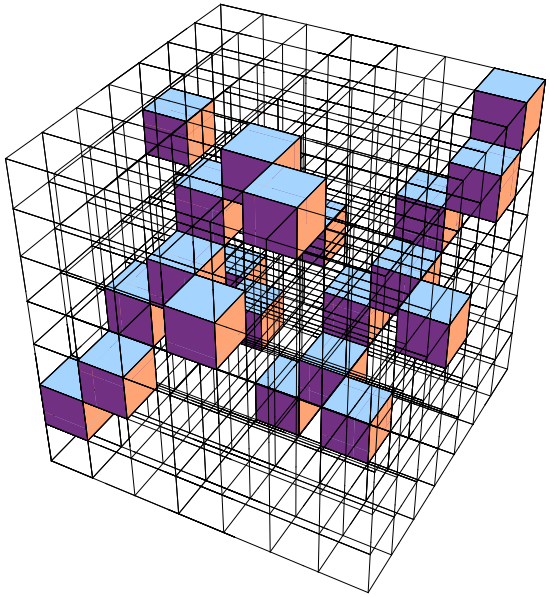




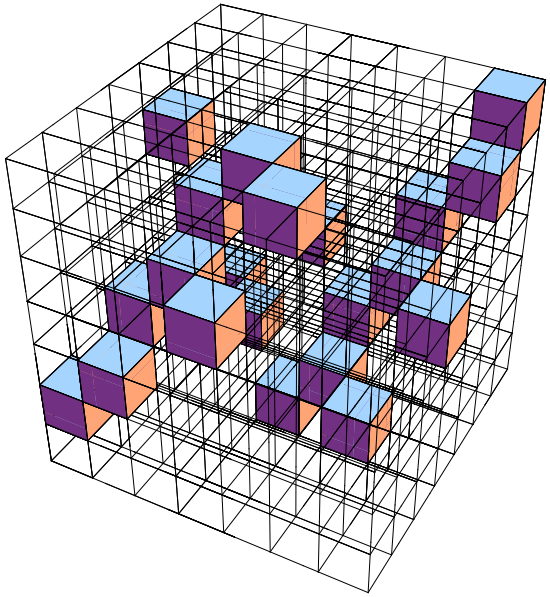


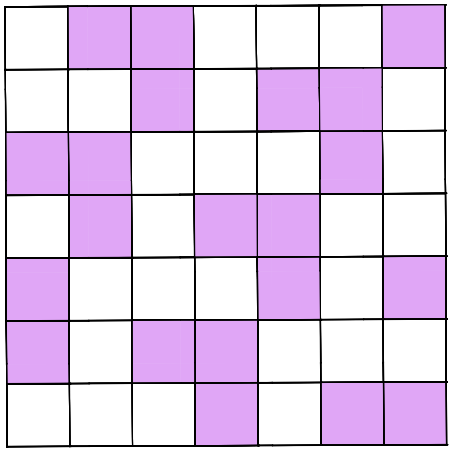


Projekcijska Fanova kocka

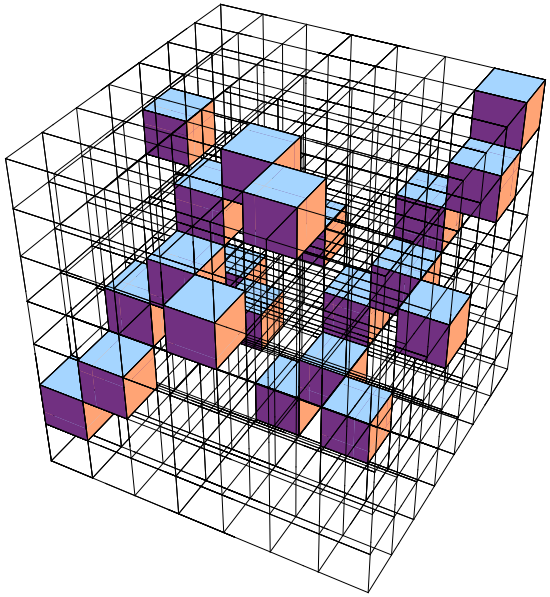


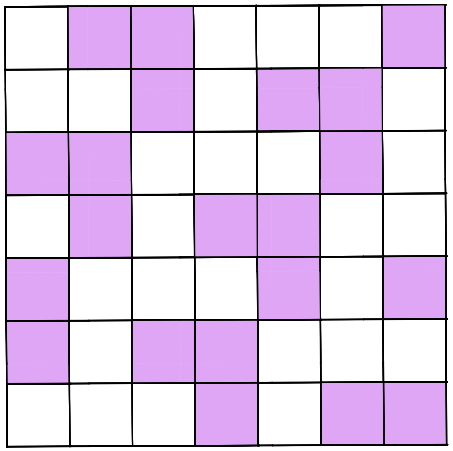
Projekcijska Fanova kocka

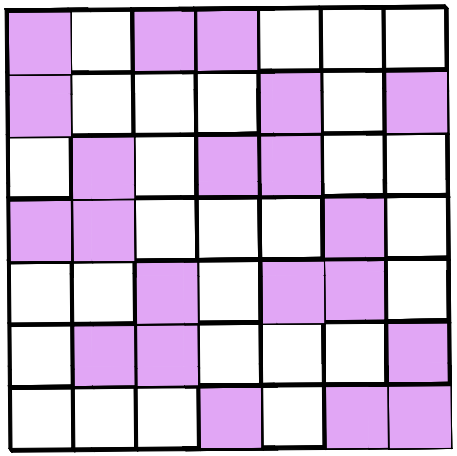




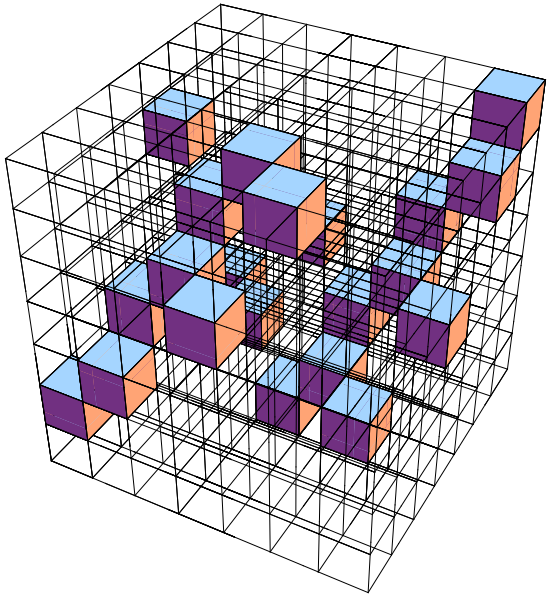
Projekcijska Fanova kocka

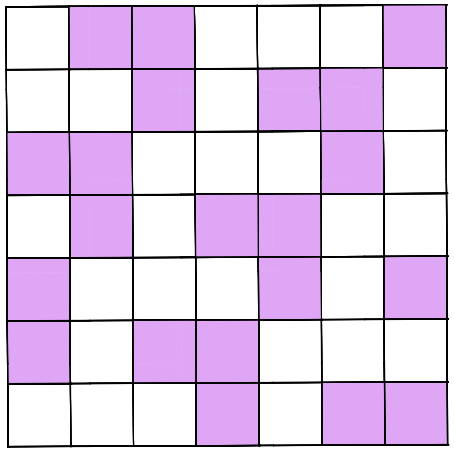


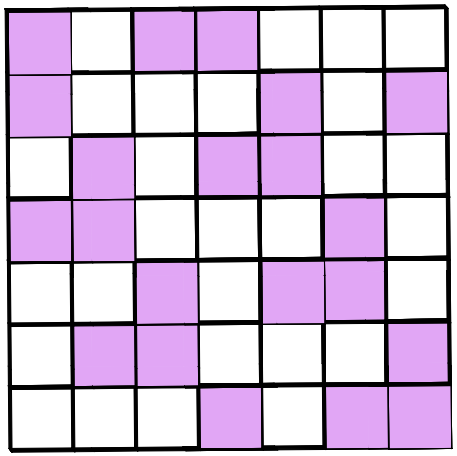


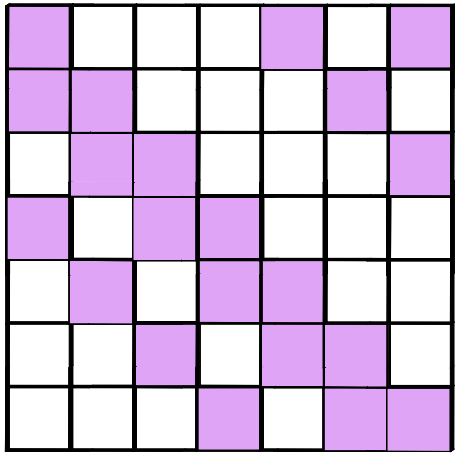


Projekcijska Fanova kocka









Pitanja

Projekcijska Fanova kocka

Pitanja

1. Može li se to napraviti za dimenzije $d > 3$?

Projekcijska Fanova kocka

Pitanja

1. Može li se to napraviti za dimenzije $d > 3$?
2. Može li se to napraviti od bilo kojeg diferencijskog skupa?

Projekcijska Fanova kocka

Pitanja

1. Može li se to napraviti za dimenzije $d > 3$?
2. Može li se to napraviti od bilo kojeg diferencijskog skupa?
3. Postoje li nediferencijske projekcijske kocke?

Projekcijska Fanova kocka

Pitanja

1. Može li se to napraviti za dimenzije $d > 3$?
2. Može li se to napraviti od bilo kojeg diferencijskog skupa?
3. Postoje li nediferencijske projekcijske kocke?
4. Postoje li "prave Roomove kocke" kod kojih su sve šnite Roomovi kvadrati?

Kraj

Hvala na pažnji!