



# Dualne incidencije i q-analogoni dizajna

1/15

Kristijan Tabak

Rochester Institute of Technology, Zagreb Campus  
Croatia

e-mail: [kxtcad@rit.edu](mailto:kxtcad@rit.edu)

Seminar za konačne geometrije i grupe

Seminar je održan u sklopu HRZZ projekata 6732 i 9752



Back

Close

# Definicije i notacija



2/15

««

»»

◀

▶

Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .



Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .

---



Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .

---

$\mathbb{F}_q$  konačno polje,



Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .

---

$\mathbb{F}_q$  konačno polje,

$V$  je  $n$ -dimenzionalni vektorski prostor nad  $\mathbb{F}_q$ ,



Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .

---

$\mathbb{F}_q$  konačno polje,

$V$  je  $n$ -dimenzionalni vektorski prostor nad  $\mathbb{F}_q$ ,

$\mathcal{D}$  je podskup  $k$ -dimenzionalnih potprostora od  $V$



Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .

---

$\mathbb{F}_q$  konačno polje,

$V$  je  $n$ -dimenzionalni vektorski prostor nad  $\mathbb{F}_q$ ,

$\mathcal{D}$  je podskup  $k$ -dimenzionalnih potprostora od  $V$

ako svaki  $t$ -dim potprostor od  $V$  leži u točno  $\lambda$  prostora iz  $\mathcal{D}$  onda



Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .

---

$\mathbb{F}_q$  konačno polje,

$V$  je  $n$ -dimenzionalni vektorski prostor nad  $\mathbb{F}_q$ ,

$\mathcal{D}$  je podskup  $k$ -dimenzionalnih potprostora od  $V$

ako svaki  $t$ -dim potprostor od  $V$  leži u točno  $\lambda$  prostora iz  $\mathcal{D}$  onda

$\mathcal{D}$  je  $t - (n, k, \lambda)_q$  dizajn



Back

Close



# Definicije i notacija

Dizajn s parametrima  $t - (v, k, \lambda)$  je skup  $\mathcal{B}$   $k$ -članih podskupova (blokova)  $v$ -članog skupa  $\mathcal{P}$  tako da svaki  $t$ -člani podskup od  $\mathcal{P}$  leži u točno  $\lambda$  blokova iz  $\mathcal{B}$ .

---

$\mathbb{F}_q$  konačno polje,

$V$  je  $n$ -dimenzionalni vektorski prostor nad  $\mathbb{F}_q$ ,

$\mathcal{D}$  je podskup  $k$ -dimenzionalnih potprostora od  $V$

ako svaki  $t$ -dim potprostor od  $V$  leži u točno  $\lambda$  prostora iz  $\mathcal{D}$  onda

$\mathcal{D}$  je  $t - (n, k, \lambda)_q$  dizajn

---



Back

Close



$X$  bilo koji skup

3/15

«

»

◀

▶

Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

3/15

«

»

◀

▶

Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

$R[X]$  je grupni prsten (formalnih suma)

3/15



Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

$R[X]$  je grupni prsten (formalnih suma)

3/15

$$R[X] = \left\{ \sum_{x \in X} r_x x \mid r_x \in R \right\}.$$



Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

$R[X]$  je grupni prsten (formalnih suma)

$$R[X] = \left\{ \sum_{x \in X} r_x x \mid r_x \in R \right\}.$$

zbrajanje 'klasično'



Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

$R[X]$  je grupni prsten (formalnih suma)

$$R[X] = \left\{ \sum_{x \in X} r_x x \mid r_x \in R \right\}.$$

zbrajanje 'klasično'

$$\sum_{x \in X} r_x x + \sum_{x \in X} s_x x = \sum_{x \in X} (r_x + s_x) x.$$



Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

$R[X]$  je grupni prsten (formalnih suma)

$$R[X] = \left\{ \sum_{x \in X} r_x x \mid r_x \in R \right\}.$$

zbrajanje 'klasično'

$$\sum_{x \in X} r_x x + \sum_{x \in X} s_x x = \sum_{x \in X} (r_x + s_x) x.$$

koeficijent uz  $y \in X$  je označen sa



Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

$R[X]$  je grupni prsten (formalnih suma)

$$R[X] = \left\{ \sum_{x \in X} r_x x \mid r_x \in R \right\}.$$

zbrajanje 'klasično'

$$\sum_{x \in X} r_x x + \sum_{x \in X} s_x x = \sum_{x \in X} (r_x + s_x) x.$$

koeficijent uz  $y \in X$  je označen sa

$$[y] \sum_{x \in X} a_x x = a_y.$$



Back

Close



$X$  bilo koji skup

$R$  je prsten

$R[X]$  je grupni prsten (formalnih suma)

$$R[X] = \left\{ \sum_{x \in X} r_x x \mid r_x \in R \right\}.$$

zbrajanje 'klasično'

$$\sum_{x \in X} r_x x + \sum_{x \in X} s_x x = \sum_{x \in X} (r_x + s_x) x.$$

koeficijent uz  $y \in X$  je označen sa

$$[y] \sum_{x \in X} a_x x = a_y.$$

---



Back

Close

*q* prost broj



4/15

««

»»

◀

▶

Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

4/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

4/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \times \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  tako da  $T \leq M$ , za neku fiksnu podgrupu  $T$ , označavamo sa  $E_{q^k}[T, E_{q^n}]$ .



Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  tako da  $T \leq M$ , za neku fiksnu podgrupu  $T$ , označavamo sa  $E_{q^k}[T, E_{q^n}]$ .

---



Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \times \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  tako da  $T \leq M$ , za neku fiksnu podgrupu  $T$ , označavamo sa  $E_{q^k}[T, E_{q^n}]$ .

---

neka  $X, Y \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ ,



Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \times \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  tako da  $T \leq M$ , za neku fiksnu podgrupu  $T$ , označavamo sa  $E_{q^k}[T, E_{q^n}]$ .

---

neka  $X, Y \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ ,

$|X \cap Y|$  je broj podgrupa reda  $q^k$  koje pripadaju skupu  $X$  i skupu  $Y$ .



Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \times \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  tako da  $T \leq M$ , za neku fiksnu podgrupu  $T$ , označavamo sa  $E_{q^k}[T, E_{q^n}]$ .

---

neka  $X, Y \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ ,

$|X \cap Y|$  je broj podgrupa reda  $q^k$  koje pripadaju skupu  $X$  i skupu  $Y$ .

neka  $X \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$



Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \times \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  tako da  $T \leq M$ , za neku fiksnu podgrupu  $T$ , označavamo sa  $E_{q^k}[T, E_{q^n}]$ .

---

neka  $X, Y \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ ,

$|X \cap Y|$  je broj podgrupa reda  $q^k$  koje pripadaju skupu  $X$  i skupu  $Y$ .

neka  $X \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$

$X$  gledamo u grupnom prstenu  $X \in \mathbb{Z}[E_{q^k}[E_{q^n}]]$  gdje



Back

Close



$q$  prost broj

$E_{q^n} = \langle x_1 \rangle \times \langle x_2 \rangle \times \cdots \times \langle x_n \rangle$ , gdje je  $\langle x_i \rangle \cong \mathbb{Z}_q$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  je  $E_{q^k}[E_{q^n}]$ .

skup svih podgrupa  $M \leq E_{q^n}$  reda  $q^k$  tako da  $T \leq M$ , za neku fiksnu podgrupu  $T$ , označavamo sa  $E_{q^k}[T, E_{q^n}]$ .

---

neka  $X, Y \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ ,

$|X \cap Y|$  je broj podgrupa reda  $q^k$  koje pripadaju skupu  $X$  i skupu  $Y$ .

neka  $X \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$

$X$  gledamo u grupnom prstenu  $X \in \mathbb{Z}[E_{q^k}[E_{q^n}]]$  gdje

$$X = \sum_{A \in X} A$$



Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

5/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

ako je  $M \subseteq E_{q^n}$ , onda

5/15

«

»

◀

▶

Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

ako je  $M \subseteq E_{q^n}$ , onda

$M^c$  je skupovni komplement

5/15



Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

ako je  $M \subseteq E_{q^n}$ , onda

$M^c$  je skupovni komplement

---

5/15



Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

ako je  $M \subseteq E_{q^n}$ , onda

$M^c$  je skupovni komplement

---

5/15

alternativna definicija  $q$ -analog dizajna



Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

ako je  $M \subseteq E_{q^n}$ , onda

$M^c$  je skupovni komplement

---

5/15

alternativna definicija  $q$ -analog dizajna

**Definicija:** Par  $(E_{q^n}, \mathcal{H})$ , gdje  $\mathcal{H} \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ , je  $q$ -analog dizajn s parametrima  $t = (n, k, \lambda)_q$  ako  $|E_{q^k}[T, E_{q^n}] \cap \mathcal{H}| = \lambda$  za sve  $T \in E_{q^t}[E_{q^n}]$ .



Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

ako je  $M \subseteq E_{q^n}$ , onda

$M^c$  je skupovni komplement

---

5/15

alternativna definicija  $q$ -analog dizajna

**Definicija:** Par  $(E_{q^n}, \mathcal{H})$ , gdje  $\mathcal{H} \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ , je  $q$ -analog dizajn s parametrima  $t = (n, k, \lambda)_q$  ako  $|E_{q^k}[T, E_{q^n}] \cap \mathcal{H}| = \lambda$  za sve  $T \in E_{q^t}[E_{q^n}]$ .

Definicija min i max incidencije u kontekstu nekog  $q$ -dizajna



Back

Close



ako je  $A$  neka grupa, onda  $A^* = A \setminus \{1\}$ .

ako je  $M \subseteq E_{q^n}$ , onda

$M^c$  je skupovni komplement

---

alternativna definicija  $q$ -analog dizajna

**Definicija:** Par  $(E_{q^n}, \mathcal{H})$ , gdje  $\mathcal{H} \subseteq E_{q^k}[E_{q^n}]$ , je  $q$ -analog dizajn s parametrima  $t = (n, k, \lambda)_q$  ako  $|E_{q^k}[T, E_{q^n}] \cap \mathcal{H}| = \lambda$  za sve  $T \in E_{q^t}[E_{q^n}]$ .

Definicija min i max incidencije u kontekstu nekog  $q$ -dizajna

**Definicija:** Neka je  $(E_{q^n}, \mathcal{H})$   $t = (n, k, \lambda)_q$  dizajn gdje  $k < n - 1$ .

Icidencijska struktura  $\mathcal{D}_{max}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{max})$ , gdje

$$\mathcal{B}_{max} = \{\mathcal{H}_M \mid M \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_M = \{H \in \mathcal{H} \mid H \leq M\}.$$





Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$



Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$

---



Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$

---

6/15

od sada (uglavom) radimo u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$ .



Back

Close



Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$

---

6/15

od sada (uglavom) radimo u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$ .

sada slijedi glavni rezulat o dualnosti incidencijskih struktura



Back

Close



Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$

---

od sada (uglavom) radimo u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$ .

sada slijedi glavni rezulat o dualnosti incidencijskih struktura

**Teorem:** Neka je  $(E_{q^n}, \mathcal{H}) t-(n, k, \lambda)_q$  dizajn neka  $\mathcal{H}_M \in \mathcal{B}_{max}$ ,  $\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \in \mathcal{B}_{min}$ , tada u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$  vrijedi sljedeće:



Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$

---

od sada (uglavom) radimo u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$ .

sada slijedi glavni rezulat o dualnosti incidencijskih struktura

**Teorem:** Neka je  $(E_{q^n}, \mathcal{H}) t-(n, k, \lambda)_q$  dizajn neka  $\mathcal{H}_M \in \mathcal{B}_{max}$ ,  $\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \in \mathcal{B}_{min}$ , tada u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$  vrijedi sljedeće:

$$(i) \quad \mathcal{H}_M = \mathcal{H} - \frac{1}{q^{k-1}} \sum_{\langle h \rangle \cap M = 1} \mathcal{H}_{\langle h \rangle},$$



Back

Close



Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$

---

6/15

od sada (uglavom) radimo u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$ .

sada slijedi glavni rezulat o dualnosti incidencijskih struktura

**Teorem:** Neka je  $(E_{q^n}, \mathcal{H}) t-(n, k, \lambda)_q$  dizajn neka  $\mathcal{H}_M \in \mathcal{B}_{max}$ ,  $\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \in \mathcal{B}_{min}$ , tada u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$  vrijedi sljedeće:

$$(i) \quad \mathcal{H}_M = \mathcal{H} - \frac{1}{q^{k-1}} \sum_{\langle h \rangle \cap M = 1} \mathcal{H}_{\langle h \rangle},$$

$$(ii) \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \mathcal{H} - \frac{1}{q^{n-k-1}} \sum_{\langle g \rangle \cap N = 1} \mathcal{H}_N.$$



Back

Close



Incidencijska struktura  $\mathcal{D}_{min}$  je uredjeni par  $(\mathcal{H}, \mathcal{B}_{min})$ , gdje je

$$\mathcal{B}_{min} = \{\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \mid \langle g \rangle \in E_q[E_{q^n}]\}, \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \{H \in \mathcal{H} \mid \langle g \rangle \leq H\}.$$

---

6/15

od sada (uglavom) radimo u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$ .

sada slijedi glavni rezulat o dualnosti incidencijskih struktura

**Teorem:** Neka je  $(E_{q^n}, \mathcal{H}) t-(n, k, \lambda)_q$  dizajn neka  $\mathcal{H}_M \in \mathcal{B}_{max}$ ,  $\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \in \mathcal{B}_{min}$ , tada u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$  vrijedi sljedeće:

$$(i) \quad \mathcal{H}_M = \mathcal{H} - \frac{1}{q^{k-1}} \sum_{\langle h \rangle \cap M = 1} \mathcal{H}_{\langle h \rangle},$$

$$(ii) \quad \mathcal{H}_{\langle g \rangle} = \mathcal{H} - \frac{1}{q^{n-k-1}} \sum_{\langle g \rangle \cap N = 1} \mathcal{H}_N.$$

---



Back

Close

potencijalno pitanje....



7 / 15

« «

» »

◀

▶

Back

Close



potencijalno pitanje....

Znamo da ako je  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ , onda je

7/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



potencijalno pitanje....

Znamo da ako je  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ , onda je

$$f(n) = \sum_{d|n} \mu(d)g\left(\frac{n}{d}\right)$$

7/15



Back

Close



potencijalno pitanje....

Znamo da ako je  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ , onda je

$$f(n) = \sum_{d|n} \mu(d)g\left(\frac{n}{d}\right)$$

može li su u prethodnom rezultatu smisliti Mobiusova inverzija za dizajne

7/15



Back

Close



potencijalno pitanje....

Znamo da ako je  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ , onda je

$$f(n) = \sum_{d|n} \mu(d)g\left(\frac{n}{d}\right)$$

može li su u prethodnom rezultatu smisliti Mobiusova inverzija za dizajne pokusavo, za sada nista...

7/15



Back

Close



potencijalno pitanje....

Znamo da ako je  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ , onda je

$$f(n) = \sum_{d|n} \mu(d)g\left(\frac{n}{d}\right)$$

može li su u prethodnom rezultatu smisliti Mobiusova inverzija za dizajne pokusavo, za sada nista...

---

7/15



Back

Close



potencijalno pitanje....

Znamo da ako je  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ , onda je

$$f(n) = \sum_{d|n} \mu(d)g\left(\frac{n}{d}\right)$$

može li su u prethodnom rezultatu smisliti Mobiusova inverzija za dizajne pokusavo, za sada nista...

---

Postoji veza izmedju svih blokova  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{B}_{max}$  i  $\mathcal{B}_{min}$



potencijalno pitanje....

Znamo da ako je  $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$ , onda je

$$f(n) = \sum_{d|n} \mu(d) g\left(\frac{n}{d}\right)$$

može li su u prethodnom rezultatu smisliti Möbiusova inverzija za dizajne pokusavo, za sada nista...

---

Postoji veza izmedju svih blokova  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{B}_{max}$  i  $\mathcal{B}_{min}$

**Teorem:** Skup svih blokova  $\mathcal{B}_{max}$  i  $\mathcal{B}_{min}$  reprezentiran u grupnom prstenu  $\mathbb{Q}[E_{q^n}]$  zadovoljava jednadžbu

$$\mathcal{B}_{max} + q^{n-k} \mathcal{B}_{min} = \begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q \mathcal{H}.$$



Back

Close

# Incidencijske matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$



8/15

« «

» »

◀

▶

Back

Close



# Incidične matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$

krećemo od...

8/15

«

»

◀

▶

Back

Close



# Incidencijske matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$

krećemo od...

**Lema:** Vrijedi

8/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



# Incidencijske matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$

krećemo od...

**Lema:** Vrijedi

$$(i) |\mathcal{H}| = \lambda \begin{bmatrix} n \\ t \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k \\ t \end{bmatrix}_q,$$



# Incidencijske matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$

krećemo od...

**Lema:** Vrijedi

$$(i) |\mathcal{H}| = \lambda \begin{bmatrix} n \\ t \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k \\ t \end{bmatrix}_q,$$

$$(ii) |\mathcal{H}_{\langle g \rangle}| = \lambda \begin{bmatrix} n-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q,$$



# Incidencijske matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$

krećemo od...

**Lema:** Vrijedi

$$(i) |\mathcal{H}| = \lambda \begin{bmatrix} n \\ t \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k \\ t \end{bmatrix}_q,$$

$$(ii) |\mathcal{H}_{\langle g \rangle}| = \lambda \begin{bmatrix} n-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q,$$

$$(iii) |\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \cap \mathcal{H}_{\langle h \rangle}| = \lambda \begin{bmatrix} n-2 \\ t-2 \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-2 \\ t-2 \end{bmatrix}_q, \text{ gdje } \langle g \rangle \neq \langle h \rangle.$$



# Incidencijske matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$

krećemo od...

**Lema:** Vrijedi

$$(i) |\mathcal{H}| = \lambda \begin{bmatrix} n \\ t \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k \\ t \end{bmatrix}_q,$$

$$(ii) |\mathcal{H}_{\langle g \rangle}| = \lambda \begin{bmatrix} n-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q,$$

$$(iii) |\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \cap \mathcal{H}_{\langle h \rangle}| = \lambda \begin{bmatrix} n-2 \\ t-2 \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-2 \\ t-2 \end{bmatrix}_q, \text{ gdje } \langle g \rangle \neq \langle h \rangle.$$



# Incidencijske matrice za $\mathcal{D}_{max}$ i $\mathcal{D}_{min}$

krećemo od...

**Lema:** Vrijedi

$$(i) |\mathcal{H}| = \lambda \begin{bmatrix} n \\ t \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k \\ t \end{bmatrix}_q,$$

$$(ii) |\mathcal{H}_{\langle g \rangle}| = \lambda \begin{bmatrix} n-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-1 \\ t-1 \end{bmatrix}_q,$$

$$(iii) |\mathcal{H}_{\langle g \rangle} \cap \mathcal{H}_{\langle h \rangle}| = \lambda \begin{bmatrix} n-2 \\ t-2 \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-2 \\ t-2 \end{bmatrix}_q, \text{ gdje } \langle g \rangle \neq \langle h \rangle.$$

---

neka je  $I$  matrica identitete, i neka je  $J$  matrica sa vrijednostima 1



$$\text{neka je } \alpha_s = \left[ \begin{matrix} n-s \\ t-s \end{matrix} \right]_q / \left[ \begin{matrix} k-s \\ t-s \end{matrix} \right]_q.$$

9/15



Back

Close



$$\text{neka je } \alpha_s = \left[ \begin{matrix} n-s \\ t-s \end{matrix} \right]_q / \left[ \begin{matrix} k-s \\ t-s \end{matrix} \right]_q.$$

vidi se

9/15



Back

Close



$$\text{neka je } \alpha_s = \begin{bmatrix} n-s \\ t-s \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-s \\ t-s \end{bmatrix}_q.$$

vidi se

$$|\mathcal{H}| = \alpha_0 \lambda.$$

9/15



Back

Close



$$\text{neka je } \alpha_s = \left[ \begin{matrix} n-s \\ t-s \end{matrix} \right]_q / \left[ \begin{matrix} k-s \\ t-s \end{matrix} \right]_q.$$

vidi se

$$|\mathcal{H}| = \alpha_0 \lambda.$$

---

9/15



Back

Close



$$\text{neka je } \alpha_s = \begin{bmatrix} n-s \\ t-s \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-s \\ t-s \end{bmatrix}_q.$$

vidi se

$$|\mathcal{H}| = \alpha_0 \lambda.$$

---

9/15

$$\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q$$

**Definicija:** Neka je  $v := \alpha_0 \lambda$ ,  $E_q[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q} \langle g_i \rangle$  i  $\mathcal{H} = H_1 + \dots + H_v$ .

Matrica  $A = (A_{ij})$  tipa  $\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q \times \alpha_0 \lambda$  definirana sa

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } H_j \in \mathcal{H}_{\langle g_i \rangle} \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

je matrica incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$ .



Back

Close



$$\text{neka je } \alpha_s = \begin{bmatrix} n-s \\ t-s \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} k-s \\ t-s \end{bmatrix}_q.$$

vidi se

$$|\mathcal{H}| = \alpha_0 \lambda.$$

---

9/15

$$\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q$$

**Definicija:** Neka je  $v := \alpha_0 \lambda$ ,  $E_q[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q} \langle g_i \rangle$  i  $\mathcal{H} = H_1 + \dots + H_v$ .

Matrica  $A = (A_{ij})$  tipa  $\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q \times \alpha_0 \lambda$  definirana sa

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } H_j \in \mathcal{H}_{\langle g_i \rangle} \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

je matrica incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$ .



Back

Close

temeljna karakterizacija matrice incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  je sljedeći



10/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



temeljna karakterizacija matrice incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  je sljedeći

**Teorem:** Matrica  $A$  zadovoljava

10/15

<<

>>

<

>

Back

Close



temeljna karakterizacija matrice incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  je sljedeći

**Teorem:** Matrica  $A$  zadovoljava

(i)  $AA^t = (\alpha_1 - \alpha_2)\lambda I + \alpha_2\lambda J,$

10/15



Back

Close



temeljna karakterizacija matrice incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  je sljedeći

**Teorem:** Matrica  $A$  zadovoljava

(i)  $AA^t = (\alpha_1 - \alpha_2)\lambda I + \alpha_2\lambda J,$

(ii)  $JA = \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix}_q J.$

10/15

«

»

◀

▶

Back

Close



temeljna karakterizacija matrice incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  je sljedeći

**Teorem:** Matrica  $A$  zadovoljava

$$(i) AA^t = (\alpha_1 - \alpha_2)\lambda I + \alpha_2\lambda J,$$

$$(ii) JA = \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix}_q J.$$

---

sada definiramo matricu incidencije za  $\mathcal{D}_{max}$ .



Back

Close



temeljna karakterizacija matrice incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  je sljedeći

**Teorem:** Matrica  $A$  zadovoljava

$$(i) AA^t = (\alpha_1 - \alpha_2)\lambda I + \alpha_2\lambda J,$$

$$(ii) JA = \begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix}_q J.$$

---

sada definiramo matricu incidencije za  $\mathcal{D}_{max}$ .

**Definicija:** Neka je  $E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{1}\right]_q} M_i$  i  $\mathcal{H} = H_1 + \dots + H_v$ . Matrica

$B = (B_{ij})$  tipa  $\left[\frac{n}{1}\right]_q \times \alpha_0\lambda$  definirana sa

$$B_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } H_j \in \mathcal{H}_{M_i} \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

je matrica incidencije za  $\mathcal{D}_{max}$ .



Back

Close



za opis matrice  $B$  trebaju nam

11/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

11/15



Back

Close



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

11/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

dokaz je motiviran tekstrom Suzukija iz 60.-ih



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

dokaz je motiviran tekstrom Suzukija iz 60.-ih

---



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

dokaz je motiviran tekstrom Suzukija iz 60.-ih

---

**Lema:** Neka je  $M \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ , tada  $|\mathcal{H}_M| = \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)}{q^k} \cdot \lambda$ .



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

dokaz je motiviran tekstrom Suzukija iz 60.-ih

---

**Lema:** Neka je  $M \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ , tada  $|\mathcal{H}_M| = \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)}{q^k} \cdot \lambda$ .

ovo se moze lijepo dokazati pomocu karaktera...



Back

Close



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

dokaz je motiviran tekstrom Suzukija iz 60.-ih

---

**Lema:** Neka je  $M \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ , tada  $|\mathcal{H}_M| = \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)}{q^k} \cdot \lambda$ .

ovo se moze lijepo dokazati pomocu karaktera...

medjutim, sljedece isto vrijedi



Back

Close



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

dokaz je motiviran tekstrom Suzukija iz 60.-ih

---

**Lema:** Neka je  $M \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ , tada  $|\mathcal{H}_M| = \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)}{q^k} \cdot \lambda$ .

ovo se moze lijepo dokazati pomocu karaktera...

medjutim, sljedece isto vrijedi

---



Back

Close



za opis matrice  $B$  trebaju nam

$|\mathcal{H}_{M_1}|$  and  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$ , gdje  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ .

problem  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}|$  je netrivijalan

dokaz je motiviran tekstrom Suzukija iz 60.-ih

---

**Lema:** Neka je  $M \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ , tada  $|\mathcal{H}_M| = \frac{(\alpha_0 - \alpha_1)}{q^k} \cdot \lambda$ .

ovo se moze lijepo dokazati pomocu karaktera...

medjutim, sljedece isto vrijedi

---

**Lema:** Neka je  $M_1, M_2 \in E_{q^{n-1}}[E_{q^n}]$ . Tada  $|\mathcal{H}_{M_1} \cap \mathcal{H}_{M_2}| = \frac{\begin{bmatrix} n-2 \\ k \end{bmatrix}_q}{\begin{bmatrix} n-t \\ k-t \end{bmatrix}_q} \cdot \lambda$ .



Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...

12/15

«

»

◀

▶

Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...  
medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...

12/15

«

»

◀

▶

Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...  
medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...  
konačno imamo

12/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...

medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...

konačno imamo

**Teorem:** Matrica incidencije  $B$  zadovoljava

12/15



Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...

medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...

konačno imamo

**Teorem:** Matrica incidencije  $B$  zadovoljava

- (i)  $BB^t = \lambda(\alpha_0 - \beta)I + \beta\lambda J$ , gdje je  $\beta = \begin{bmatrix} n-2 \\ k \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} n-t \\ k-t \end{bmatrix}_q$ ,

12/15



Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...

medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...

konačno imamo

**Teorem:** Matrica incidencije  $B$  zadovoljava

(i)  $BB^t = \lambda(\alpha_0 - \beta)I + \beta\lambda J$ , gdje je  $\beta = \begin{bmatrix} n-2 \\ k \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} n-t \\ k-t \end{bmatrix}_q$ ,

(ii)  $JB = \begin{bmatrix} n-k \\ 1 \end{bmatrix}_q J$ .

12/15



Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...

medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...

konačno imamo

**Teorem:** Matrica incidencije  $B$  zadovoljava

(i)  $BB^t = \lambda(\alpha_0 - \beta)I + \beta\lambda J$ , gdje je  $\beta = \begin{bmatrix} n-2 \\ k \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} n-t \\ k-t \end{bmatrix}_q$ ,

(ii)  $JB = \begin{bmatrix} n-k \\ 1 \end{bmatrix}_q J$ .

---

12/15



Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...

medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...

konačno imamo

**Teorem:** Matrica incidencije  $B$  zadovoljava

$$(i) BB^t = \lambda(\alpha_0 - \beta)I + \beta\lambda J, \text{ gdje je } \beta = \begin{bmatrix} n-2 \\ k \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} n-t \\ k-t \end{bmatrix}_q,$$

$$(ii) JB = \begin{bmatrix} n-k \\ 1 \end{bmatrix}_q J.$$

---

možemo kazati da je

12/15



Back

Close



ovdje dokaz postaje malo gadniji, Mario i Michael imaju rekurziju u svom članku...

medjutim, ovdje smo modificirali Suzukijevu ideju...

konačno imamo

**Teorem:** Matrica incidencije  $B$  zadovoljava

(i)  $BB^t = \lambda(\alpha_0 - \beta)I + \beta\lambda J$ , gdje je  $\beta = \begin{bmatrix} n-2 \\ k \end{bmatrix}_q / \begin{bmatrix} n-t \\ k-t \end{bmatrix}_q$ ,

(ii)  $JB = \begin{bmatrix} n-k \\ 1 \end{bmatrix}_q J$ .

---

možemo kazati da je

matrica  $A$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka i  $\lambda\alpha_1$  blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\lambda\alpha_2$  točaka



matrica  $B$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka  $\frac{(\alpha_0 - \alpha_1)\lambda}{q^k}$

blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\binom{n-2}{k}_q / \binom{n-t}{k-t}_q \lambda$  točaka



matrica  $B$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka  $\frac{(\alpha_0 - \alpha_1)\lambda}{q^k}$

blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\binom{n-2}{k}_q / \binom{n-t}{k-t}_q \lambda$  točaka

---





matrica  $B$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka  $\frac{(\alpha_0 - \alpha_1)\lambda}{q^k}$

blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\binom{n-2}{k}_q / \binom{n-t}{k-t}_q \lambda$  točaka

---

pitanje je kako da uvežemo matrice  $A$  i  $B$



Back

Close



matrica  $B$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka  $\frac{(\alpha_0 - \alpha_1)\lambda}{q^k}$  blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\binom{n-2}{k}_q / \binom{n-t}{k-t}_q \lambda$  točaka

---

pitanje je kako da uvežemo matrice  $A$  i  $B$

sada pokazujemo kako dobiti matricu incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  ako je matrica incidencije za  $\mathcal{D}_{max}$  poznata





matrica  $B$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka  $\frac{(\alpha_0 - \alpha_1)\lambda}{q^k}$  blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\binom{n-2}{k}_q / \binom{n-t}{k-t}_q \lambda$  točaka

---

pitanje je kako da uvežemo matrice  $A$  i  $B$

sada pokazujemo kako dobiti matricu incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  ako je matrica incidencije za  $\mathcal{D}_{max}$  poznata

---





matrica  $B$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka  $\frac{(\alpha_0 - \alpha_1)\lambda}{q^k}$  blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\binom{n-2}{k}_q / \binom{n-t}{k-t}_q \lambda$  točaka

---

pitanje je kako da uvežemo matrice  $A$  i  $B$

sada pokazujemo kako dobiti matricu incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  ako je matrica incidencije za  $\mathcal{D}_{max}$  poznata

---

možemo staviti





matrica  $B$  je matrica incidencije za strukturu sa  $\lambda\alpha_0$  točaka  $\frac{(\alpha_0 - \alpha_1)\lambda}{q^k}$

blokova, gdje se svaka dva bloka sijeku u točno  $\binom{n-2}{k}_q / \binom{n-t}{k-t}_q \lambda$  točaka

---

pitanje je kako da uvežemo matrice  $A$  i  $B$

sada pokazujemo kako dobiti matricu incidencije za  $\mathcal{D}_{min}$  ako je matrica incidencije za  $\mathcal{D}_{max}$  poznata

---

možemo staviti

$$E_q[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} \langle g_i \rangle, \text{ i}$$



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

13/15



Back

Close



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{1}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

---

13/15



Back

Close



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

---

13/15

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju



Back

Close



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

---

13/15

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju

$$A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} C B,$$



Back

Close



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

---

13/15

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju

$$A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} CB,$$

gdje je  $C = (C_{ij})$  matrica tipa  $\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q \times \left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q$  zadana sa



Back

Close



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

---

13/15

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju

$$A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} C B,$$

gdje je  $C = (C_{ij})$  matrica tipa  $\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q \times \left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q$  zadana sa

$$C_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } M_j \cap \langle g_i \rangle = 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$



Back

Close



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

---

13/15

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju

$$A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} C B,$$

gdje je  $C = (C_{ij})$  matrica tipa  $\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q \times \left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q$  zadana sa

$$C_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } M_j \cap \langle g_i \rangle = 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

---



Back

Close



$$E_{q^{n-1}}[E_{q^n}] = \sum_{i=1}^{\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q} M_i \text{ and } \mathcal{H} = H_1 + \cdots + H_v.$$

---

13/15

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju

$$A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} C B,$$

gdje je  $C = (C_{ij})$  matrica tipa  $\left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q \times \left[\begin{smallmatrix} n \\ 1 \end{smallmatrix}\right]_q$  zadana sa

$$C_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } M_j \cap \langle g_i \rangle = 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

---

dokaz se bazira na teoremu o dualnosti...



Back

Close

sada navodimo drugi smjer



14/15

««

»»

◀

▶

Back

Close



sada navodimo drugi smjer

---

14/15

««

»»

◀

▶

Back

Close



sada navodimo drugi smjer

---

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju  $B = J - \frac{1}{q^{k-1}}DA$

14/15

◀◀

▶▶

◀

▶

Back

Close



sada navodimo drugi smjer

---

14/15

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju  $B = J - \frac{1}{q^{k-1}}DA$

gdje je  $D = (D_{ij})$  matrica tipa  $\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q \times \begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q$  zadana sa



Back

Close



sada navodimo drugi smjer

---

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju  $B = J - \frac{1}{q^{k-1}}DA$

gdje je  $D = (D_{ij})$  matrica tipa  $\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q \times \begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q$  zadana sa

$$D_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } \langle g_j \rangle \cap M_i = 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$



Back

Close



sada navodimo drugi smjer

---

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju  $B = J - \frac{1}{q^{k-1}}DA$

gdje je  $D = (D_{ij})$  matrica tipa  $\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q \times \begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q$  zadana sa

$$D_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } \langle g_j \rangle \cap M_i = 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

---



Back

Close



sada navodimo drugi smjer

---

**Teorem:** Matrice  $A$  i  $B$  zadovoljavaju  $B = J - \frac{1}{q^{k-1}}DA$

gdje je  $D = (D_{ij})$  matrica tipa  $\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q \times \begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}_q$  zadana sa

$$D_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } \langle g_j \rangle \cap M_i = 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

---

matrice  $C$  i  $D$  su uvijek poznate, one dolaze od same grupe i indeksiranja elemenata grupe i indeksiranja maksimalnih podgrupa



kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$



15/15



Back

Close

kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$

---



15/15



Back

Close



kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$

---

15/15

**Korolar:** Matrice  $A, B, C, D$  zadovoljavaju sljedeće:



Back

Close



kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$

---

15/15

**Korolar:** Matrice  $A, B, C, D$  zadovoljavaju sljedeće:

$$(i) A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} CJ + \frac{1}{q^{n-2}} CDA$$



Back

Close



kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$

---

15/15

**Korolar:** Matrice  $A, B, C, D$  zadovoljavaju sljedeće:

$$(i) A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} CJ + \frac{1}{q^{n-2}} CDA$$

$$(ii) B = J - \frac{1}{q^{k-1}} DJ + \frac{1}{q^{n-2}} DCB.$$



Back

Close



kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$

---

15/15

**Korolar:** Matrice  $A, B, C, D$  zadovoljavaju sljedeće:

$$(i) A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} CJ + \frac{1}{q^{n-2}} CDA$$

$$(ii) B = J - \frac{1}{q^{k-1}} DJ + \frac{1}{q^{n-2}} DCB.$$

---



Back

Close



kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$

---

15/15

**Korolar:** Matrice  $A, B, C, D$  zadovoljavaju sljedeće:

$$(i) A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}} CJ + \frac{1}{q^{n-2}} CDA$$

$$(ii) B = J - \frac{1}{q^{k-1}} DJ + \frac{1}{q^{n-2}} DCB.$$

---

Hvala na pažnji! Pitanja?



Back

Close



kombiniranjem prethodna dva rezultata dobivamo dvije matrične jednadžbe u ovisnosti samo o  $A$  ili  $B$

---

15/15

**Korolar:** Matrice  $A, B, C, D$  zadovoljavaju sljedeće:

$$(i) A = J - \frac{1}{q^{n-k-1}}CJ + \frac{1}{q^{n-2}}CDA$$

$$(ii) B = J - \frac{1}{q^{k-1}}DJ + \frac{1}{q^{n-2}}DCB.$$

---

Hvala na pažnji! Pitanja?



Back

Close