

## Teorija brojeva 23.6.2020.

**NAPOMENE:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadaci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se **čitljivo** potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. (18 bodova) Riješite sustav kongruencija

$$x \equiv 1 \pmod{10},$$

$$x \equiv 3 \pmod{12},$$

$$x \equiv 6 \pmod{15}.$$

2. (18 bodova) Riješite kongruenciju

$$x^3 + 3x^2 + 2x \equiv 6 \pmod{17^3}.$$

3. (18 bodova) Razvijte u verižni razlomak:

(a) (6 bodova)  $\frac{347}{513}$ ,

(b) (12 bodova)  $\frac{1 + \sqrt{13}}{3}$ .

4. (18 bodova) Nađite sve Pitagorine trokute u kojima je jedna stranica jednaka 111.

5. (18 bodova) Odredite  $h(-92)$ , te nađite sve reducirane kvadratne forme s diskriminantom  $d = -92$ .

6. (30 bodova)

- (a) (15 bodova) Nađite sve prirodne brojeve  $n$  sa svojstvom da je  $\frac{n}{2}$  kvadrat,  $\frac{n}{3}$  kub, a  $\frac{n}{5}$  peta potencija nekog prirodnog broja.
- (b) (15 bodova) Odredite zadnje dvije znamenke broja  $2^{1000}$ .

Rješenja:

1.  $x \equiv 51 \pmod{1800}$
2.  $x \equiv 1, 1419, 3490 \pmod{17^3}$
3. (a)  $[0; 1, 2, 11, 15]$ , (b)  $[1; \overline{1, 1, 6, 1, 1}]$ .
4.  $(105, 36, 111)$ ,  $(111, 148, 185)$ ,  $(111, 680, 689)$ ,  $(111, 2052, 2055)$ ,  $(111, 6160, 6161)$
5.  $h(-92) = 6, x^2 + 23y^2, 2x^2 + 2xy + 12y^2, 3x^2 + 2xy + 8y^2, 3x^2 - 2xy + 8y^2, 4x^2 + 2xy + 6y^2, 4x^2 - 2xy + 6y^2$