

## Teorija brojeva

### 1. kolokvij, 30.4.2018.

**NAPOMENE:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadatci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite  $g = \text{nzd}(a, b)$  i nađite cijele brojeve  $x, y$  takve da je  $ax + by = g$ , ako je  $a = 8352$ ,  $b = 2622$ .

2. Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 17 \pmod{28}, \quad x \equiv 21 \pmod{24}, \quad x \equiv 24 \pmod{35}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe  $\varphi(n) = 332$ .

4. Riješite kongruenciju  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 3x + 3 \equiv 0 \pmod{13^3}$ .

5. a) Nađite najmanja dva primitivna korijena modulo 29.

b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju:  $12^x \equiv 7 \cdot 19^x \pmod{29}$ .

6. a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole:  $\left(\frac{362}{631}\right)$ ,  $\left(\frac{382}{641}\right)$ .

b) Za koje proste brojeve  $p$  jednadžba  $x^2 + 4x + 11 \equiv 0 \pmod{p}$  ima rješenje?

# Teorija brojeva

## 1. kolokvij, 30.4.2018.

**NAPOMENE:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Ima ukupno šest zadataka. Zadatci se rješavaju na ovim papirima. Odmah se potpišite. Dozvoljeno je korištenje kalkulatora i dva papira A4 s formulama.

1. Odredite  $g = \text{nzd}(a, b)$  i nađite cijele brojeve  $x, y$  takve da je  $ax + by = g$ , ako je  $a = 6184$ ,  $b = 2872$ .

2. Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 18 \pmod{20}, \quad x \equiv 12 \pmod{21}, \quad x \equiv 6 \pmod{18}.$$

3. Nađite sva rješenja jednadžbe  $\varphi(n) = 344$ .

4. Riješite kongruenciju  $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1 \equiv 0 \pmod{13^3}$ .

5. a) Nađite najmanja dva primitivna korijena modulo 37.

b) Riješite (pomoću indeksa) kongruenciju:  $13^x \equiv 27 \cdot 15^x \pmod{37}$ .

6. a) Izračunajte sljedeće Legendreove simbole:  $\left(\frac{439}{631}\right)$ ,  $\left(\frac{446}{641}\right)$ .

b) Za koje proste brojeve  $p$  jednadžba  $x^2 - 4x - 3 \equiv 0 \pmod{p}$  ima rješenje?

## Teorija brojeva - rješenja

1. kolokvij, 30.4.2018.

1.  $g = 6, x = -205, y = 653$ .
2. Rješenje sustava je  $x \equiv 549 \pmod{840}$ .
3.  $n = 501, 668, 1002$ .
4.  $x \equiv 368, 1398 \pmod{2197}$ .
5. a) 2 i 3.  
b)  $x \equiv 8, 22 \pmod{28}$
6. a)  $\left(\frac{362}{631}\right) = -1, \left(\frac{382}{641}\right) = 1$ .  
b) Za  $p = 2, p = 7$  i  $p \equiv 1, 9, 11, 15, 23, 25 \pmod{28}$ .

## Teorija brojeva - rješenja

1. kolokvij, 30.4.2018.

1.  $g = 8, x = -124, y = 267$ .
2. Rješenje sustava je  $x \equiv 978 \pmod{1260}$ .
3.  $n = 519, 692, 1038$ .
4.  $x \equiv 239, 1958 \pmod{2197}$ .
5. a) 2 i 5.  
b)  $x \equiv 15, 33 \pmod{36}$
6. a)  $\left(\frac{439}{631}\right) = 1, \left(\frac{446}{641}\right) = -1$ .  
b) Za  $p = 2, p = 7$  i  $p \equiv 1, 3, 9, 19, 25, 27 \pmod{28}$ .