

# MATEMATIČKE STRUKTURE

## 2. kolokvij

29. 1. 1997.

1. Nađite red
  - a) elementa  $i$  u grupi  $(\mathbf{C}^*, \cdot)$ ,
  - b) elementa 4 u grupi  $(\mathbf{Z}_6, +_6)$ ,
  - c) elementa 4 u grupi  $(\mathbf{Z}_7, +_7)$ .
2. Pokažite da grupe  $(\mathbf{Q}, +)$  i  $(\mathbf{Z}, +)$  nisu izomorfne.
3. Neka je  $(\mathbf{R}^*, \cdot)$  multiplikativna grupa realnih brojeva različitih od nule, a  $X = \mathbf{R}^* \times \mathbf{R}$ . Na  $X$  definiramo binarnu operaciju  $\bullet$  sa

$$(a, b) \bullet (a', b') = (aa', ab' + b).$$

Neka je  $\varphi : X \rightarrow \mathbf{R}^*$  preslikavanje zadano sa  $\varphi(a, b) = a$ . Dokažite da je  $(X, \bullet)$  grupa, da je  $\varphi$  homomorfizam grupa, te odredite jezgru  $\text{Ker } \varphi$  i kvocijentnu grupu  $X/\text{Ker } \varphi$ .

4. Dokažite da brojevi oblika  $a + b\sqrt{12}$ ,  $a, b \in \mathbf{Q}$ , uz uobičajeno zbrajanje i množenje, čine polje. Odredite inverz, obzirom na množenje, elementa  $x = -3 + 2\sqrt{12}$ .

Dozvoljeno je korištenje džepnog kalkulatora, logaritamskih tablica i Matematičkog priručnika Bronštejn - Semendjajev.

Rezultati :

Andrej Dujella