Obrada signala

prvi kolokvij

28. studenog 2025.

1. Neka je dana realna periodička funkcija f s periodom T te s realnim Fourierovim koeficijentima a_n, $n = 0, \dots N$, b_n, $n = 1, \dots, N$. Definiramo funkciju g s $g(t) = f(t)\cos(w_0 t)$, gdje je $w_0 = \frac{2\pi m}{T}$, za neki $m \in \mathbb{Z}$. Nađite realne Fourierove koeficijente funkcije g u terminima koeficijenata a_n i b_n.

2. Neka je dan periodički signal f s kompleksnim Fourierovim koeficijentima y_n. Neka je $z_n = y_{n-2} + y_{n+2}$. Odredite signal g (u terminima signala f) koji za kompleksne Fourierove koeficijente ima brojeve z_n.

3. Signal x duljine 4 ima $\mathrm{DFT}_4\, x = (4, 1 - \mathrm{i}, 2, 1 + \mathrm{i})$.
   a) Nađite DFT od vektora y danog s $y_n = x_{n-2}$.
   b) Nađite DFT od vektora y danog s $y_n = x_n \mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi n}$.
   c) Nađite DFT od vektora y danog s $y_n = x_n + x_{n-2}$.
   d) Odredite $x_0 + x_1 + x_2 + x_3$ pomoću $\mathrm{DFT}_4\, x$.

4. Hanningov prozor w duljine N je dan s

$$w_n = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right).$$

   Izračunajte sumu koeficijenata Hanningovog prozora.

5. Neka je dan općeniti diskretni vremenski filter S s koeficijentima $t = \{\underline{1}, 2, 3, 2, 1\}$. Nađite kompaktnu formulu za njegov frekvencijski odziv. Pokažite da je magnituda frekvencijskog odziva dana s $|\lambda_S(\omega)| = (1 + 2\cos\omega)^2$. Prikažite filter kao produkt dva netrivijalna filtera.

Želim vam puno uspjeha u rješavanju zadataka!