Obrada signala

prvi kolokvij

29. studenog 2024.

1. Nađite realne Fourierove koeficijente periodičke funkcije f definirane s $f(t) = \frac{\pi - t}{2}$ na $[0, 2\pi\rangle$. Koristeći dobijeni rezultat, napišite aproksimaciju od $\frac{\pi}{4}$.

2. Nađite realne i kompleksne Fourierove koeficijente periodičke funkcije f definirane s $f(t) = \mathrm{e}^{-|t|}$ na $[-\pi, \pi]$.

3. Dan je filter s s frekvencijskim odzivom

$$\lambda_s(\nu) = \begin{cases} 0, & |\nu| \leq \frac{M}{T}, \\ 1, & |\nu| > \frac{M}{T}, \end{cases}$$

   gdje je $M \in \mathbb{N}$. Neka je filter restringiran na $V_{N,T}$, uz $N > M$. Izračunajte zatvorenu formu za konvolucijsku jezgru za ovaj filter.

   Napomena: Iskoristite formulu $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.

4. Neka je zadan $x = (x_0, x_1, x_2, x_3)$ te neka je $\breve{x} = (x_1, x_2, x_3, x_0)$. Izračunajte $\mathrm{DFT}\, \breve{x}$ u terminima $\mathrm{DFT}\, x$.

5. Neka je dan $x \in \mathbb{R}^{2N}$. Definiramo $y \in \mathbb{R}^N$ s $y_k = x_{2k}$, $k = 0, \ldots N-1$. Dokažite da vrijedi $(\mathrm{DFT}_N\, y)_n = \frac{1}{2}((\mathrm{DFT}_{2N}\, x)_n + (\mathrm{DFT}_{2N}\, x)_{n+N})$, $n = 0, \ldots N-1$.

6. Neka je dan signal x s frekvencijskim odzivom X i neka je y signal dobiven iz x tako da je $y_k = x_{N-k}$, $k = 0, \ldots N-1$. Izračunajte frekvencijski odziv Y signala y u terminima frekvencijskog odziva X signala x.

Želim vam puno uspjeha u rješavanju zadataka!