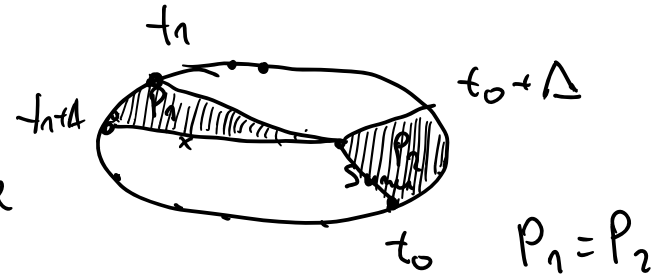


Keplerovi zakoni

1. orbite planeta su konike (elipse, parabole, hiperbole)

sa suncem u jednom fokusu



2. radij vektori (segmenti koji spajaju sunce

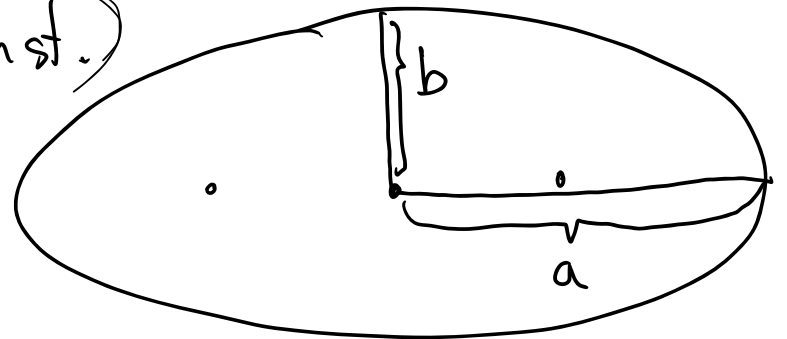
i planet) u jednakim vremenskim razmacima

„prebrisu“ jednake površine.

3. omjer kuba velike poluosi a i kvadrata odgovornog vremena T

jednake za sve planete

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{konst.}$$



- Předpoklady:
- slunce i planety su točky
 - gravitační vlivy planet jedné na druhé je zanedbatelné
 - slunce se nehybné

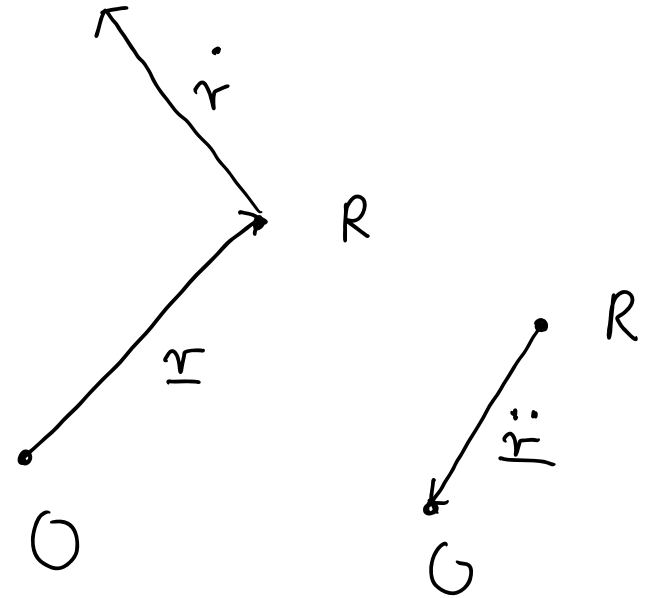
1. volba koordinát

- slunce je u počátku O

- $\underline{r}(t)$ radij vektor u okamžiku t

- budeme se u každém okamžiku. akceleraci $\underline{\ddot{r}}$ měřit u rovinné vzdálenosti s \underline{r} i $\underline{\dot{r}}$, planeta se pohybuje po jedné rovině; nechať su (x, y) koordináty te roviny.

- $\underline{r}(t) = (x(t), y(t))$ pozici u okamžiku t



• $\underline{\dot{r}}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t))$ brzina u trenutku t

• $\underline{\ddot{r}}(t) = (\ddot{x}(t), \ddot{y}(t))$ akceleracija u t

• polarne koordinate $r(t) = |\underline{r}(t)|$

$$x(t) = r(t) \cdot \cos \theta(t)$$

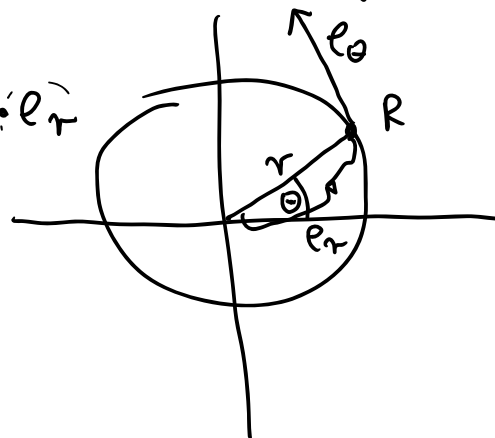
$$y(t) = r(t) \cdot \sin \theta(t)$$

$$r(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

Neka su $\underline{i}, \underline{j}, \underline{e}_r, \underline{e}_\theta$ jedinični vektori u smjeru x, y, r, θ

tj. $\underline{e}_r = \underline{i} \cos \theta + \underline{j} \sin \theta \dots \underline{r}(t) = r(t) \cdot \underline{e}_r$

$$\underline{e}_\theta = -\underline{i} \sin \theta + \underline{j} \cos \theta$$



3. jédnadšbe gibanja

- \underline{F} sila gravitaciji koji djelu je na planet

Drugi Newtonov zakon

$$\underline{F} = m \cdot \underline{\ddot{r}}, \quad m \text{ masa planeta.}$$

Newton zakon gibanja masa sunca

$$\underline{F} = \frac{-GM \cdot m}{r^2} \cdot \underline{e}_r$$

gravit.
konst.

jédnadšbe gibanja

$$\Rightarrow \underline{\ddot{r}} = \frac{-GM}{r^2} \cdot \underline{e}_r$$

diferencijalne jédnadšbe.

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 &= \frac{-GM}{r^2} & (1) \\ r \ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} &= 0 & (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'' &= f & (f'' = -f) \\ \underline{e}_x &\rightarrow \cos x & \rightarrow -\cos x \\ &\rightarrow -\sin x & \end{aligned}$$