

Određeni integrali i primjene integracije

1. Parcijalnom integracijom izračunajte integrale:

(a) $\int (x^2 + 2) \cos 2x dx$;

(b) $\int x 2^{-x} dx$;

(c) $\int e^{ax} \sin bxdx$;

(d) $\int x \arctan x dx$;

(e) $\int \arcsin x dx$.

2. Izračunajte određene integrale:

(a) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$;

(b) $\int_0^1 \frac{x dx}{x^2+3x+2}$;

(c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$;

(d) $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$;

(e) $\int_1^2 x^2 - 2x + 3 dx$;

(f) $\int_{-1}^1 x \sin x dx$;

(g) $\int_1^e \ln x dx$;

(h) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$.

3. Izračunajte površinu dijela ravnine omeđenog:

(a) parabolom $y = 4x - x^2$ i x-osi;

(b) parabolom $y = 2x - x^2$ i pravcem $y = -x$;

(c) paraboloma $y = \frac{x^2}{2}$ i $y = x^2$ i pravcem $y = 2x$;

(d) parabolom $y = \frac{x^2}{2}$ i pravcima $x = 1$ i $x = 3$;

(e) funkcijom $y(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ i x-osi.

4. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom dijela ravnine omeđenog funkcijom $y(x)$ oko x-osi:

(a) $y(x) = \sin x$ od $x = 0$ do $x = \pi$;

(b) $y(x) = x(x-1)(x-2)$ od $x = 0$ do $x = 2$;

(c) $y_1(x) = x^2$ i $y_2(x) = \sqrt{x}$.

5. Izračunajte duljinu luka krivulje zadane parametarski: $x(t) = a(t - \sin t)$ i $y(t) = a(1 - \cos t)$ gdje je $t \in [0, 2\pi a]$.

6. Riješite diferencijalne jednačbe:

(a) $xyy' = 1 - x^2$, $y(1) = 2$;

(b) $y' = \frac{x+1}{y+2}$, $y(0) = 0$;

(c) $y' = \frac{e^x}{(1+e^x)y}$, $y(0) = 1$;

(d) $y' = \frac{e^x}{(\sin y)}$, $y(0) = \frac{\pi}{2}$.