

Tok funkcije

1. Odredite derivaciju funkcija:

- (a) $f(x) = \frac{e^{2x^2+x}}{x^2}$;
- (b) $f(x) = \arctan x \ln x$;
- (c) $f(x) = 2^{\ln x} + \log_2(\tan x^2)$;
- (d) $f(x) = \tan 3^{\log_2 4x}$;
- (e) $f(x) = \ln e^x + 5 \sin x - 4 \arcsin x$;
- (f) $f(x) = \sqrt{e^{ax}}$;
- (g) $f(x) = x^\pi$;
- (h) $f(x) = \sqrt{x^5}$;
- (i) $f(x) = (\arctan \ln 2x)^{\frac{1}{3}}$.

2. Izračunajte limese pomoću L'Hospitalovog pravila:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^4 + 2x^2 + x - 1}{x^7 - 4x + 3}$;
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln x + 1}$;
- (c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 3x + 2}$;
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x}$;
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{\frac{1}{5}} - 1}{x}$;
- (f) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^x - x^a}{x - a}, a > 0$;
- (g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{a^x}$;
- (h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 2x^2 + 1}{x^4 + 1}$;
- (i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{2x}}{x^2 + 1}$;
- (j) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$;
- (k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^{-x}}$;
- (l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\alpha x} - \cos \alpha x}{e^{\beta x} - \cos \beta x}$;
- (m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1}$;
- (n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{1 - \cos x}$.

3. Odredite globalne ekstreme i sliku funkcija

- (a) $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$;
- (b) $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$;

(c) $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2+2x+4}$.

4. Odredite intervale monotonosti funkcija:

(a) $f(x) = 1 - 4x - x^2$;

(b) $f(x) = \frac{x}{x-2}$;

(c) $f(x) = \arcsin(1+x)$;

(d) $f(x) = 2e^{x^2-4x}$.

5. Odredite intervale konkavnosti i konveksnosti, točke infleksije, te lokalne minimume i maksimume pomoću druge derivacije funkcija:

(a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$;

(b) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+12}$;

(c) $f(x) = x - \ln(1+x)$;

(d) $f(x) = x - \sin x$.

6. Odredite asimptote funkcija :

(a) $f(x) = \frac{x}{x^2-4x+3}$;

(b) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+9}$;

(c) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$;

(d) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$;

(e) $f(x) = e^{-x^2} + 2$;

(f) $f(x) = x - 2 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}$.