

# Limesi i derivacije

1. Izračunajte limese:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 2x + \sin 2x + \arcsin(2x - 3)$ ;

(b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x + e^x}{\ln x^2 + x^3}$ ;

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 3x + 2}$ ;

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ ;

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ ;

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{\frac{1}{3}} - 1}{x}$ ;

(g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x}$ ;

(h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 2x}{2x + 1}$ ;

(i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 2x^2 + 1}{x^4 + 1}$ ;

(j)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3 + 2x^2 - x + 1}{2x^3 - x^2 + 2x + 1}$ ;

(k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^{2x}}{x^2 + 1}$ ;

(l)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-3x} x}{x^2 + 1}$ ;

(m)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{2x^3 - x^2 + 2x + 1}$ ;

(n)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2^x}$ ;

(o)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_2^2 x}{x^2 + 1}$ ;

(p)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_{\frac{1}{2}} x^2}{x^2 + 1}$ ;

(q)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos 2x}{x^2 + 1}$ ;

2. Odredite parametre  $a$  i  $b$  tako da funkcija  $f$  bude neprekidna:

(a)  $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \geq 0 \\ x^2 - 2x + a & x < 1. \end{cases}$

(b)  $f(x) = \begin{cases} x^2 - (3 + a)x + 3a & x \geq 2 \\ x^2 - (b + 1)x + b & x < 2. \end{cases}$

3. Izračunajte limese nizova:

(a)  $\lim_n \arccos\left(\frac{n}{2n^2 + 1}\right)$ ;

(b)  $\lim_n \ln\left(1 + \sin \frac{1}{n}\right)$ ;

(c)  $\lim_n (\operatorname{sgn} n^4)$

4. Odredite derivaciju funkcija:

(a)  $f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^2 + \sin 1$ ;

(b)  $f(x) = \frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}$ ;

(c)  $f(x) = \sqrt{2x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ;

(d)  $f(x) = \sin 2x + \cos(x - 3) + \arcsin x^2 + \arccos \sqrt{x} + e^2$ ;

(e)  $f(x) = (x^3 + 2x^2 + 1) \sin x$ ;

(f)  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 2}$ ;

(g)  $f(x) = \cos(\arcsin x)$ ;

(h)  $f(x) = (\sin(2x^2 + 3))^4$ ;

(i)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 1}$ ;

(j)  $f(x) = (x^2 + 1)^{-\frac{1}{3}}$ .

5. Odredite jednadžbe tangente i normale funkcije  $f(x) = \sin \pi x + x^2$  u točki  $x = 1$ .

6. Odredite točku na grafu funkcije  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - x + 1$  u kojoj je tangenta okomita na pravac  $y = -\frac{1}{3}$ .

7. Za koje vrijednosti parametra  $a$  se grafovi funkcija  $f(x) = ax^2$  i  $f(x) = a(x - 2)^2$  sijeku pod pravim kutem?

8. Odredite derivaciju funkcije zadanu implicitno jednadžbom  $x^3 + 4x^2y + y^3 - 1 = 0$  u točki  $y'(0)$ .

9. Izvedite formulu za jednadžbu tangente parabole  $y^2 = 2px$  pomoću pravila za derivaciju implicitno zadane funkcije.