

Nizovi i funkcije

1. Izračunajte limese:

(a) $\lim_n \frac{n^3+n^2+n+1}{n^3+\sqrt{n+1}}$;

(b) $\lim_n \frac{-n^2+n+1}{n^3+n^2+1}$;

(c) $\lim_n \frac{-n+1}{n^3+n^2+1}$.

2. Odredite formulu za niz i diskutirajte konvergenciju niza:

(a) $a_n = 2a_{n-1} + 3, a_1 = 1$;

(b) $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + 1, a_1 = 1$;

(c) $a_n = \frac{1}{3}a_{n-1}, a_1 = 1$.

3. Pokažite da je niz $a_n = \frac{a_n^2+1}{2}, a_1 = 0$ konvergentan i odredite mu limes. (Up-uta:Pretpostavite da je niz konvergentan i odredite kandidate za limes. Potom pokažite da je niz monoton i omeđen.) Nadite primjer rekurzivno zadanog niza koji ne konvergira kandidatima za limes.

4. Odredite prirodnu domenu funkcija:

(a) $f(x) = \frac{\sqrt{\ln 3 - |x|}}{\ln |x|}$;

(b) $f(x) = \sqrt{\frac{3^{x-2}-1}{9^x-10 \cdot 3^{x-1}+1}}$;

(c) $f(x) = \sqrt{\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}}$;

(d) $f(x) = \ln(\arccos x - \frac{1}{2})$.

5. Odredite sliku funkcija:

(a) $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - x - 2$;

(b) $f : [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x^2 - x - 2| + |x^2 - 4x + 3|$;

(c) $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_2 |x - 1| + |x + 2|$;

(d) $f : [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (\frac{1}{2})^{\tan x}$;

(e) $f : [-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin(\arccos x)$.

6. Za funkciju $f : \langle -2, \infty \rangle \rightarrow \langle -\infty, 1 \rangle$ danu pravilom $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ pokažite da je bijekcija i odredite joj inverznu funkciju.