

Priprema za kolokvij

1. Pokažite da je niz $a_n = 1 + \frac{3n+2}{5n+4}$ konvergentan i odredite mu limes.

2. Odredite sliku funkcije $f(x) = \ln(x^2 + |x| + 1)$, $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$.

3. Izračunajte limes:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{\cos^2 x - 1}.$$

4. Odredite parametre a i b takve da funkcija $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x + 2 + b & x \leq -1 \\ \arcsin \frac{x}{2} & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x + a & 1 \leq x \end{cases}$ bude neprekidna.

5. Odredite derivaciju funkcije $f(x) = \ln(\arctan \sqrt{2x}) + \frac{\sin x}{x}$.

6. Odredite jednadžbu tangente i normale u točki krivulje $y = \sqrt{x}$ u kojoj je tangenta okomita na pravac $y = -2x$.

7. Odredite intervale monotonosti i konveksnosti, lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$.

8. Odredite asimptote funkcije $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4x^2-1}}$.