

Matematika 2010/11
Prva domaća zadaća

1. Zadan je niz (a_n) , $a_n = 1 - \frac{3n}{5n+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Je li taj niz monoton? Je li ograničen? Je li konvergentan? Ako da, odredite mu limes?
2. Dokažite da se tangente na krivulju $y = \frac{1+3x^2}{3+x^2}$ povučene u točkama s ordinatom 1 sijeku u ishodištu.
3. Odredite tok, lokalne ekstreme, intervale konkavnosti i konveksnosti, točke infleksije i skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{4}{x^2+5}$, $x \in \mathbb{R}$.
4. Kamion će prevesti dionicu od 600 km vozeći auto-cestom konstantnom brzinom od x kilometara na sat, $60 \leq x \leq 120$. Pretpostavimo da je potrošnja goriva funkcija brzine, te iznosi $4 + \frac{x^2}{1200}$ litre po satu. Nadalje, pretpostavimo da je cijena goriva 1,2 eura po litri i da je vozač za ovu dionicu plaćen P eura po satu. Nađite brzinu uz koju će ukupni troškovi opisanog transporta biti minimalni ako je (a) $P = 0$, (b) $P = 1$, (c) $P = 4$, (d) $P = 6$, (e) $P = 8$.
5. U vrlo koordinatiziranoj državi rijeka teče po x -osi $y = 0$, grad A je smješten u točki $(0, 1)$, a grad B u točki $(2, 0)$. U kojoj točki $C = (x, 0)$, $0 \leq x \leq 2$ treba izgraditi luku tako da transport od grada A do grada B bude najjeftiniji ako se zna da je kopneni transport dvostruko skuplji od riječnog?

Rješenja treba predati na prvom kolokviju.