

1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$

---

JMBAG

IME I PREZIME

### MATEMATIKA - 1. kolokvij (28.4.2010.)

1. (4) Pokažite da je niz  $a_{n+1} = \frac{a_n+1}{2}, a_1 = 2$  konvergentan i odredite mu limes.
2. (4) Za funkciju  $f : (-3, \infty) \rightarrow (-\infty, 1), f(x) = \frac{x+2}{x+3}$  pokažite da je bijekcija i odredite joj inverznu funkciju.
3. (3) Odredite parametar  $a$  takav da  $f(x) = \begin{cases} \sin ax & x \geq 0 \\ \cos x - 1 + x & x < 0 \end{cases}$  bude derivabilna.
4. (3) Odredite jednadžbu tangente funkcije  $f(x) = x^3 + 1$  u točkama u kojima je tangenta okomita na pravac  $y = \frac{-1}{3}x$ .
5. (4) Odredite asimptote funkcije  $f(x) = x - 2 + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}$ .
6. (4) Odredite točke infleksije i intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije  $f(x) = x^4 + 4x^3 - 18x^2 + 12x + 2$ .
7. (3) Vrsta lososa u Pacifiku mrijesti se samo jednom u životu. Kao mjera za održivost vrste uzima se prirast po jedinki  $r$ . Model za  $r$  dan je jednadžbom :

$$f(x) = \frac{\ln l(x) + \ln m(x)}{x},$$

gdje je funkcija  $l(x)$  vjerojatnost da će jedinka preživjeti do dobi  $x$ , a  $m(x)$  fertilitet jedinke u dobi  $x$ . Odredite koja je optimalna dob razmnožavanja ako je  $l(x) = e^{-ax}$  i  $m(x) = bx^c$ .