

Druga zadaća: Parcijalne diferencijalne jednačbe I

1. [4+3] Odredite opće rješenje zadaća

- a) $(u^2 - 2yu - y^2)u_x + (xy + xu)u_y = xy - xu$,
 b) $2yu_x + uu_y = 2yu^2$.

2. [7] Odredite entropijsko rješenje Cauchyjeve zadaće u $\langle 0, \infty \rangle \times \mathbf{R}$

$$\begin{cases} u_t + uu_x = 0, \\ u(0, \cdot) = g, \end{cases}$$

pri čemu je

$$g(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x < 1 \\ 3 & , \quad 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & , \quad x > 2 \end{cases}.$$

3. [4+7] Neka je dana Cauchyjeva zadaća

$$\begin{cases} u_t + uu_x = 0, \\ u(0, \cdot) = g. \end{cases}$$

- a) Za $g(x) = -x$ odredite rješenje gornje zadaće u $[0, 1) \times \mathbf{R}$ i pokažite da se rješenje ne može proširiti za $t \geq 1$.
 b) Odredite entropijsko rješenje gornje zadaće za $g(x) = -x\chi_{[a,b]}$, pri čemu je $\chi_{[a,b]}$ karakteristična funkcija segmenta $[a, b]$, $a, b \in \mathbf{R}$, $a < b$. Je li rješenje definirano na cijelom skupu $[0, \infty) \times \mathbf{R}$?

Rješenja u pisanom obliku treba predati na vježbama 8. siječnja 2018.

Marko Erceg