VREMENSKI NIZOVI – KOLOKVIJ 2: 20.01.2012., GRUPA A

________________ Matični broj studenta ________________ Ime i prezime __________ Broj bodova

Zadatak 1. Odredite koje od sljedećih ARMA jednadžbi
a) imaju stacionarno rješenje:____________________,
b) imaju kauzalno rješenje:____________________,
c) imaju invertibilno rješenje:____________________.
Na crtu upišite slovo ispred onih modela za koje vrijedi odgovarajuća tvrdnja [11 bodova].
A. $X_t + 3X_{t-5} = Z_t + \frac{1}{4}Z_{t-1} - \frac{1}{8}Z_{t-2}$,
B. $X_t - \frac{1}{9}X_{t-2} = Z_t - 3Z_{t-1}$,
C. $X_t - \frac{99}{10}X_{t-1} - X_{t-2} = Z_t + \frac{1}{4}Z_{t-2}$,
D. $X_t + \frac{1}{100}X_{t-1} = Z_t + \frac{5}{2}Z_{t-1} + Z_{t-2}$,
E. $X_t - \frac{\sqrt{3}}{2}X_{t-1} + \frac{1}{4}X_{t-2} = Z_t - \frac{1}{4}Z_{t-1}$,
F. $X_t + \frac{3}{4}X_{t-1} - \frac{1}{4}X_{t-2} = Z_t - 4Z_{t-1}$,

Zadatak 2. Za ARMA(1,1) proces (X_t) koji zadovoljava

$$X_t - \frac{1}{10}X_{t-1} = Z_t + \theta Z_{t-1},\ t \in \mathbb{Z},$$

gdje su $Z_t \sim \mathrm{WN}(0, \sigma^2)$, nađite koeficijente ψ_j u linearnoj reprezentaciji $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}$.
A. $\psi_0 = 1,\ \psi_j = 10^{-j}(1 + 10\theta),\ j \geq 1$, ♠
B. $\psi_0 = \frac{1}{10},\ \psi_j = 10^{-j}(1 + \theta),\ j \geq 1$,
C. $\psi_0 = 1,\ \psi_j = 10^{-j}(1 - \theta),\ j \geq 1$,
D. $\psi_0 = 1,\ \psi_j = 10^{-j}(1 - 10\theta),\ j \geq 1$,
E. $\psi_0 = \frac{1}{10},\ \psi_j = 10^{-j}(1 + 10\theta),\ j \geq 1$,
F. $\psi_0 = 1,\ \psi_1 = \frac{1}{10},\ \psi_j = 10^{-j}(1 + 10\theta),\ j \geq 2$,

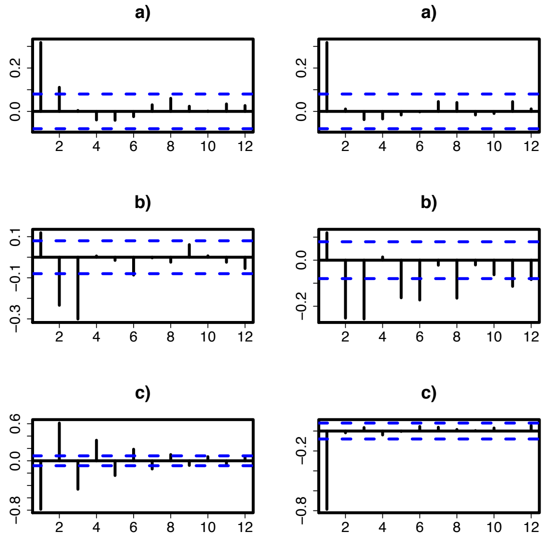
Zadatak 3. Za MA(2) proces $Y_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2},\ t \in \mathbb{Z}$, $(Z_t) \sim \mathrm{WN}(0, \sigma^2)$, odredite supremum $\varrho_Y(1)$ po svim realnim parametrima $\theta_1 > 0, \theta_2 > 0$ i $\sigma > 0$.
A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$, ♠ B. $\frac{1}{2}$, C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$, D. 1, E. $\frac{1}{3}$, F. niti jedna od navedenih vrijednosti.

Zadatak 4. Ako su $X_t \sim \mathrm{NJD}(0, \sigma^2)$ i $\hat{\varrho}_{X,n}(1) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n-1}(X_t - \overline{X}_n)(X_{t+1} - \overline{X}_n)$, za koji $u > 0$ vrijedi aproksimacija

$$P(|\hat{\varrho}_{X,n}(1)| > u) \approx 0.1$$

ako je $n = 100$
A. $u = 0.0165$, B. $u = 0.165$, ♠ C. $u = 5.22$, D. $u = 1.65$, E. $u = 0.522$, F. $u = 0.0522$,

Zadatak 5. Na grafu prikazanim uzoračkim autokorelacijskim odn. parcijalnim autokorelacijskim funkcijama (na osnovu uzorka duljine 600), pridružite ARMA model koji ih najbolje opisuje: a)______, b)______, c)______[9 bodova].
A. $X_t + \frac{4}{5}X_{t-1} = Z_t$, ♠
B. $X_t - \frac{1}{3}X_{t-1} = Z_t$, ♠
C. $X_t = Z_t + Z_{t-1} + \frac{1}{3}Z_{t-2} - \frac{15}{8}Z_{t-3}$, ♠
D. $X_t = Z_t + Z_{t-3} + Z_{t-6}$,
E. $X_t = Z_t + 5Z_{t-2}$,
F. $X_t - \frac{1}{2}X_{t-1} + \frac{4}{5}X_{t-2} = Z_t$,



ACF(lijevo)) i PACF (desno) za uzorke iz zadatka

Zadatak 6. Neka je $X_t = \mu + Z_t + Z_{t-1} + \frac{1}{2}Z_{t-2},\ t \in \mathbb{Z}$, stacionaran MA proces s očekivanjem $\mu \in \mathbb{R}$, te neka su $Z_t \sim \mathrm{NJD}(0,1)$. Ako je duljina uzorka $n = 400$, a $\overline{X}_n$ pripadna aritmetička sredina uzorka, koji od sljedećih intervala predstavlja približno 95%-tni interval pouzdanosti za μ.
A. $\overline{X}_n \pm 2$, B. $\overline{X}_n \pm \frac{1}{2}$, C. $\overline{X}_n \pm \frac{1}{40}$, D. $\overline{X}_n \pm 4$, E. $\overline{X}_n \pm \frac{1}{4}$, ♠ F. niti jedan od navedenih.

Zadatak 7. Za slabo stacionaran ARMA(1,2) proces

$$X_t - \frac{1}{2}X_{t-1} = Z_t - \frac{1}{2}Z_{t-1} - \frac{1}{2}Z_{t-2}$$

odredite autokovarijacijsku funkciju $\gamma_X(h)$ za odmak $h = 1$.
A. 1/6, ♠ B. 1/2, C. 1/12, D. 1/4, E. 1/3, F. niti jedna od navedenih vrijednosti.

Zadatak 8. Neka su $Z_t \sim \mathrm{NJD}(0,1)$, neka su α_0, α_1 konstante veće od 0, tako da je ARCH(1) proces $X_t = \sigma_t Z_t$, gdje je $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2$, jako i slabo stacionaran. Odredite očekivanje slučajnih varijabli σ_t^2.
A. $(1-\alpha_0)^2/(1-\alpha_1)^2$, B. $\alpha_0^2/(1-\alpha_1)$, C. $\alpha_0/(1-\alpha_1)$, ♠ D. $(1-\alpha_0)/(1-\alpha_1)$,
E. $\alpha_0/(1-\alpha_1)^2$, F. $\alpha_0^2/(1-\alpha_1)^2$,

Ime i prezime

UPUTE: Zaokružite slovo ispred točnog/točnih odgovora. Nije dopušteno korištenje nikakvih pomagala osim pribora za pisanje i brisanje. Ako nije drugačije naznačeno zadaci donose maksimalno 5 bodova. Rezultati i termini uvida u zadaće će biti objavljeni na web-stranici nastavnika unutar tjedan dana.