VREMENSKI NIZOVI – KOLOKVIJ: 16.11.2012., GRUPA A

Matični broj studenta	Ime i prezime	Broj bodova

Zadatak 1. Ako je niz $(Z_t)_{t\in\mathbb{Z}} \sim \mathrm{NJD}(0,\sigma^2)$, $a > 0$ i $b > 0$ realni brojevi, odredite koji su od sljedećih nizova slabo stacionarni
A. $X_t = Z_t \cos at + Z_{t-1}\sin at$ B. $X_t = Z_t - \sin^2 Z_{t-1}$ $\spadesuit$ C. $X_t = Z_0 \sin at$ D. $X_t = at + Z_{t-1}$ E. $X_t = a + b|Z_0|$ $\spadesuit$ F. $X_t = 2Z_{t+1} - Z_{t-1}$ $\spadesuit$

Zadatak 2. Neka je niz $Y = X^2 + Z$, za X iZ njd $N(0,1)$ distribuirane slučajne varijable. Odredite projekciju od Y na span$\{1, X, Z\}$.
A. Z B. $X + Z + 1$ C. $1 + Z$ $\spadesuit$ D. $X^2 + Z$ E. $2X + Z$ F. niti jedan od navedenih odgovora

Zadatak 3. Za $(Z_t)_{t\in\mathbb{Z}} \sim \mathrm{WN}(0,\sigma^2)$, i $X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-7}$ odredite autokovarijacijsku funkciju $\gamma_X(h)$ procesa X za $h = 1, 2$.
A. $\gamma_X(1) = \sigma^2\theta_1,\ \gamma_X(2) = 0$ $\spadesuit$
B. $\gamma_X(1) = \sigma^2(1+\theta_1^2),\ \gamma_X(2) = 0$
C. $\gamma_X(1) = \sigma^2(1+\theta_1^2+\theta_2^2),\ \gamma_X(2) = \sigma^2\theta_1\theta_2$
D. $\gamma_X(1) = \sigma^2(\theta_1+\theta_2),\ \gamma_X(2) = \sigma^2\theta_2$
E. $\gamma_X(1) = \sigma^2(1+\theta_1^2+2\theta_1\theta_2),\ \gamma_X(2) = \sigma^2\theta_2$
F. $\gamma_X(1) = \sigma^2(\theta_1^2+\theta_2^2),\ \gamma_X(2) = \sigma^2$

Zadatak 4. Ako je $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}} \sim \mathrm{NJD}(0,\sigma^2)$, $a > 0$ realan broj, $q \in \mathbb{N}$, za $X_t = a + Y_t$, odredite koja je od sljedećih tvrdnji o asimptotskom ponašanju niza $M_t^{(q)} = (2q+1)^{-1}\sum_{j=-q}^{q} X_{t+j},\ t \in \mathbb{Z}$ točna?
A. $M_t^{(q)} \to a$ g.s. i u L_2 za $q \to \infty$ $\spadesuit$
B. $M_t^{(q)} \to a + t$ g.s. i po vjerojatnosti za $q \to \infty$
C. $M_t^{(q)} \to a + t$ u L_2 ali ne i g.s. za $q \to \infty$
D. $M_t^{(q)} \to a$ g.s., ali ne i u L_2 za $q \to \infty$
E. $M_t^{(q)} \to 0$ g.s. i u L_2 za $q \to \infty$
F. $M_t^{(q)} \to a + t$ g.s., ali ne i u L_2 za $q \to \infty$

Zadatak 5. Neka je $X_t = \alpha t + s_t + \beta Y_t,\ t \in \mathbb{Z}$, za realne brojeve α, $\beta \neq 0$, te realan niz (s_t) takav da je $s_t = s_{t-8}$ za sve $t \in \mathbb{Z}$, $(Y_t)_{t\in\mathbb{Z}} \sim \mathrm{NJD}(0,\sigma^2)$. Ako je 1 jedinični operator, a B operator pomaka unatrag, t.j. $BX_t = X_{t-1},\ t \in \mathbb{Z}$, odredite koji su od sljedećih procesa nužno slabo stacionarni
A. $(1-B^4)^2X_t$ B. $(1-B^{12})X_t$ C. $(1-B)^8X_t$ D. $(1-B^8)X_t$ $\spadesuit$ E. $(1+B^4)^2(1-B^4)X_t$ $\spadesuit$ F. niti jedan od navedenih

Zadatak 6. Koja od sljedećih funkcija može biti aukovarijacijska funkcija slabo stacionarnog niza?
A. $f(h) = 1 + \cos\frac{\pi h}{\sqrt{2}}$ $\spadesuit$ B.

$$f(h) = \begin{cases} 4 & h = 0 \\ 3 & |h| = 1 \\ 0 & \text{ina če} \end{cases}.$$

$\spadesuit$ C.

$$f(h) = \begin{cases} 1 & h = 0 \\ 0 & |h| \neq 0, 2 \\ 4 & |h| = 2 \end{cases}.$$

D. $f(h) = (-1)^{|h|}$ $\spadesuit$ E. $f(h) = 1 - \cos\frac{\pi h}{2}$ F. niti jedna od navedenih

Zadatak 7. Uočite da za niz $(Z_t)_{t\in\mathbb{Z}} \sim \mathrm{WN}(0,\sigma^2)$ proces $X_t = Z_t + Z_{t-1},\ t \in \mathbb{Z}$ predstavlja MA(1) proces. Odredite parcijalnu autokorelacijsku funkciju α_X procesa (X_t) u točkama $h = 1, 2$.
A. $\alpha_X(1) = 1$, $\alpha_X(2) = -1$
B. $\alpha_X(1) = 1$, $\alpha_X(2) = -1/2$
C. $\alpha_X(1) = 1/2$, $\alpha_X(2) = 1/4$
D. $\alpha_X(1) = 1/2$, $\alpha_X(2) = 0$
E. $\alpha_X(1) = 1/2$, $\alpha_X(2) = -1/3$ ♠
F. niti jedno od navedenog

Zadatak 8. Neka je $S_0 = 1000$, a $X_t = \ln S_t/S_{t-1},\ t \in \mathbb{N}$ neka su nezavisne sve s razdiobom $N(0,\sigma^2)$. Ako je Φ funkcija distribucije jedinične normalne razdiobe, odredite $P(S_{100} > 10)$.
A. $1 - \Phi\left(\ln(1/1000)/(\sigma 10)\right)$
B. $1 - \Phi\left(\ln(1/100)/(10\sigma)\right)$ ♠
C. $\Phi\left(\ln(1/1000)/(\sigma\sqrt{10})\right)$
D. $\Phi\left(\ln(1/100)/(10\sigma)\right)$
E. $\Phi\left(\ln(\sigma^2/1000)/(\sigma\sqrt{10})\right)$
F. $\Phi\left(\ln(1/1000)/(\sigma\sqrt{10})\right) + 1 - \Phi\left(\ln(1/1000)/(\sigma\sqrt{10})\right)$

Zadatak 9. Neka je $(Z_t)_{t\in\mathbb{Z}} \sim \mathrm{NJD}(0,1)$, neka su α_0, α_1 konstante veće od 0, koju od sljedećih rekurzija zadovoljava kvadrirani ARCH(1) proces?
A. $X_t^2 = \alpha_0 Z_t^2 + \alpha_1 Z_t^2 X_{t-1}^2$ ♠
B. $X_t^2 = (\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2)^2 Z_t^2$
C. $X_t^2 = \alpha_0 Z_t^2 + \alpha_1 |X_{t-1}| Z_t^2$
D. $X_t^2 = \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2} Z_t^2$
E. $X_t^2 = (\alpha_0 + \sqrt{\alpha_1 X_{t-1}^2}) Z_t^2$
F. $X_t^2 = (\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2) Z_t^2$ ♠

Zadatak 10. Neka je broj večernjih izlazaka danog studenta tijekom semestra Poissonova slučajna varijabla s parametrom $\lambda > 0$. Pri svakom izlasku student se (nezavisno) provede dobro odn. loše s vjerojatnošću $p \in (0,1)$ odn. $q = 1 - p$. Kolika je vjerojatnost da se studenti niti jednom u semestru ne provede dobro prilikom izlaska? (Uputa: ponovili smo uvjetna očekivanja)
A. $pe^{-\lambda p}$
B. $pe^{-\lambda}$
C. $e^{-\lambda p}$ ♠
D. $e^{-\lambda q}$
E. $e^{-(\lambda+p)}$
F. niti jedno od navedenog

Ime i prezime

UPUTE: Zaokružite slovo ispred točnog/točnih odgovora. Nije dopušteno korištenje nikakvih pomagala osim pribora za pisanje i brisanje. Rezultati i termini uvida u zadaće će biti objavljeni na web-stranici nastavnika unutar tjedan dana. Ukoliko je zaokružen samo dio točnih odgovora zadatak nosi odredjeni broj bodova, jedan krivo zaokružen odgovor znači 0 bodova.