

## 2. Višeperiodni modeli - dio 1

1. Promatramo model financijskog tržišta s dva perioda trgovanja, jednom rizičnom imovinom i  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ . Kamatna stopa je  $r = 10\%$ ,  $S_0^0 = 100$ , a rizična imovina je modelirana sa  $S_0^1 = 100$  i

$$\begin{aligned} S_1^1(\omega_1) &= 80 & S_1^1(\omega_2) &= 120 \\ S_2^1(\omega_1) &= 88 & S_2^1(\omega_2) &= 132. \end{aligned}$$

- (a) Odredite  $\mathcal{F}_1 = \sigma(S_0^1, S_1^1)$ .  
 (b) Ako postoji, odredite ekvivalentnu martingalnu mjeru. Je li model potpun?  
 (c) Odredite cijenu put opcije s dospijecom  $T = 2$  i cijenom izvršenja  $K = 100$  u trenutku 0.
2. Promatramo model financijskog tržišta s dva perioda trgovanja,  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$  i jednom rizičnom imovinom. Kamatna stopa je  $r = 10\%$ ,  $S_0^0 = 400$ , a rizična imovina je modelirana sa  $S_0^1 = 300$  i

$$\begin{aligned} S_1^1(\omega_1) &= 240 & S_1^1(\omega_2) &= 360 & S_1^1(\omega_3) &= 360 \\ S_2^1(\omega_1) &= 1056 & S_2^1(\omega_2) &= 300 & S_2^1(\omega_3) &= 720. \end{aligned}$$

- (a) Odredite  $\mathcal{F}_1 = \sigma(S_0^1, S_1^1)$ . Ako je  $\mathbb{P}(\{\omega_1\}) = \frac{1}{4}$ ,  $\mathbb{P}(\{\omega_2\}) = \frac{1}{3}$  i  $\mathbb{P}(\{\omega_3\}) = \frac{5}{12}$ , izračunajte  $\mathbb{E}[\tilde{S}_2^1 | \mathcal{F}_1]$ .  
 (b) Je li model potpun? U slučaju da jest, odredite cijenu azijske call opcije s dospijecom  $T = 2$  i cijenom izvršenja  $K = 400$ .

---

Upute i rješenja: **1.** (a)  $\mathcal{P}(\Omega)$  (b)  $\mathbb{P}^*(\{\omega_1\}) = \frac{3}{4}$  i  $\mathbb{P}^*(\{\omega_2\}) = \frac{1}{4}$ . Model je potpun. (c)  $\mathbb{E}[\frac{C}{(1+r)^2}] = 4.5454$ . **2.** (a)  $\mathcal{F}_1 = \{\emptyset, \Omega, \{\omega_1\}, \{\omega_2, \omega_3\}\}$ .  $\mathbb{E}[\tilde{S}_1^1 | \mathcal{F}_1] = \frac{264}{(1+r)^2} 1_{\{\omega_1\}} + \mathbb{E}[\frac{S_2^1}{(1+r)^2} 1_{\{\omega_2, \omega_3\}}] 1_{\{\omega_2, \omega_3\}} = \frac{264}{(1+r)^2} 1_{\{\omega_1\}} + \frac{100+300}{(1+r)^2} 1_{\{\omega_2, \omega_3\}} = 128.1818 \cdot 1_{\{\omega_1\}} + 330.5785 \cdot 1_{\{\omega_2, \omega_3\}}$ . (c) Da.  $A_0 = 185.6749$ .