

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ

8. rujna 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter. Predajete samo papire koje ste dobili.

Izračunata rješenja (tj. brojevi) **bez ocjene greške** koja garantira traženu točnost **ne vrijede**, tj. donose 0 bodova! Rezultati i uvid u kolokvije: petak, 12. rujna 2008. u 10h

ZADATAK 1

1

(5 bodova.) “Teorijsko pitanje” — dopisati odgovor.

Napišite oblik i osnovna svojstva Givensove rotacije u ravnini.

ZADATAK 2

2

(20 bodova.) Zadan je linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P , te matrice L i R tako da je $PA = LR$. Iz ove faktorizacije izračunajte rješenje zadanog sustava.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 3
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite kubični splajn s koji interpolira sljedeći skup podataka (točaka):

$$\begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & 1 & -1 & 1 & -1 \end{array} .$$

Za nalaženje splajna iskoristite “not-a-knot” (nije čvor) rubni uvjet.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 4
8. rujna 2008.

(15 bodova.) Diskretnom metodom najmanjih kvadrata nađite parametre a_1 i a_3 funkcije oblika

$$\varphi(x) = a_3x^3 + x^2 + a_1x,$$

koja zadovoljava uvjet $\varphi'(1) = 2$ i aproksimira zadani skup podataka (x_k, f_k) , $k = 0, \dots, n$.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 5
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Odredite težine w_1 , w'_1 , w_2 i čvor x_2 u općoj integracijskoj formuli oblika

$$\int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx \approx w_1 f(0) + w'_1 f'(0) + w_2 f(x_2)$$

iz uvjeta egzaktnosti ove formule na vektorskom prostoru polinoma što je moguće većeg stupnja. Koliki je polinomni stupanj egzaktnosti ove formule?

Pomoću ove formule izračunajte približnu vrijednost integrala za $f(x) = x\sqrt{x}$ i nađite pravu grešku.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 6
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite najveće negativno rješenje jednadžbe

$$2 \operatorname{tg} x = x - \frac{3}{2}$$

s točnošću $\varepsilon = 10^{-4}$. Duljina početnog intervala za nalaženje nultočke mora biti barem $1/2$.

Napomena: Detaljno obrazložite sve svoje tvrdnje vezane za lokaciju nultočke i ocjenu greške!

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ

8. rujna 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter. Predajete samo papire koje ste dobili.

Izračunata rješenja (tj. brojevi) **bez ocjene greške** koja garantira traženu točnost **ne vrijede**, tj. donose 0 bodova! Rezultati i uvid u kolokvije: petak, 12. rujna 2008. u 10h

ZADATAK 1

1

(5 bodova.) “Teorijsko pitanje” — dopisati odgovor.

Dovoljni uvjeti za sigurnu konvergenciju metode raspodjeljivanja za nalaženje nultočke funkcije f su:

ZADATAK 2

2

(20 bodova.) Zadan je linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -6 \\ 5 \\ -13 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P , te matrice L i R tako da je $PA = LR$. Iz ove faktorizacije izračunajte rješenje zadanog sustava.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 3
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite kubični splajn s koji interpolira sljedeći skup podataka (točaka):

$$\begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & -1 & 1 & -1 & 1 \end{array} .$$

Za nalaženje splajna iskoristite “not-a-knot” (nije čvor) rubni uvjet.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 4
8. rujna 2008.

(15 bodova.) Diskretnom metodom najmanjih kvadrata nađite parametre a_2 i a_3 funkcije oblika

$$\varphi(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + x,$$

koja zadovoljava uvjet $\varphi'(-1) = 1$ i aproksimira zadani skup podataka (x_k, f_k) , $k = 0, \dots, n$.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 5
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Odredite težine w_1 , w_2 , w'_2 i čvor x_1 u općoj integracijskoj formuli oblika

$$\int_0^1 (1-x) f(x) dx \approx w_1 f(x_1) + w_2 f(1) + w'_2 f'(1)$$

iz uvjeta egzaktnosti ove formule na vektorskom prostoru polinoma što je moguće većeg stupnja. Koliki je polinomni stupanj egzaktnosti ove formule?

Pomoću ove formule izračunajte približnu vrijednost integrala za $f(x) = (1-x)^{3/2}$ i nađite pravu grešku.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 6
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite najveću negativnu nultočku funkcije

$$f(x) = \operatorname{tg} x + x + 2$$

s točnošću $\varepsilon = 10^{-5}$. Duljina početnog intervala za nalaženje nultočke mora biti barem $1/2$.

Napomena: Detaljno obrazložite sve svoje tvrdnje vezane za lokaciju nultočke i ocjenu greške!

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ

8. rujna 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter. Predajete samo papire koje ste dobili.

Izračunata rješenja (tj. brojevi) **bez ocjene greške** koja garantira traženu točnost **ne vrijede**, tj. donose 0 bodova! Rezultati i uvid u kolokvije: petak, 12. rujna 2008. u 10h

ZADATAK 1

1

(5 bodova.) “Teorijsko pitanje” — dopisati odgovor.

Matrica sustava normalnih jednadžbi u metodi najmanjih kvadrata je:

ZADATAK 2

2

(20 bodova.) Zadan je linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P , te matrice L i R tako da je $PA = LR$. Iz ove faktorizacije izračunajte rješenje zadanog sustava.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 3
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite kubični splajn s koji interpolira sljedeći skup podataka (točaka):

$$\begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & 1 & 2 & 1 & 2 \end{array} .$$

Za nalaženje splajna iskoristite “not-a-knot” (nije čvor) rubni uvjet.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 4
8. rujna 2008.

(15 bodova.) Diskretnom metodom najmanjih kvadrata nađite parametre a_0 i a_2 funkcije oblika

$$\varphi(x) = a_2x^2 + x + a_0,$$

koja zadovoljava uvjet $\varphi(2) = 3$ i aproksimira zadani skup podataka (x_k, f_k) , $k = 0, \dots, n$.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 5
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Odredite težine w_1 , w'_1 , w_2 i čvor x_2 u općoj integracijskoj formuli oblika

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} f(x) dx \approx w_1 f(0) + w'_1 f'(0) + w_2 f(x_2)$$

iz uvjeta egzaktnosti ove formule na vektorskom prostoru polinoma što je moguće većeg stupnja. Koliki je polinomni stupanj egzaktnosti ove formule?

Pomoću ove formule izračunajte približnu vrijednost integrala za $f(x) = x^2\sqrt{x}$ i nađite pravu grešku.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 6
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite najmanju pozitivnu nultočku funkcije

$$f(x) = 2 \operatorname{ctg} x + x - 2$$

s točnošću $\varepsilon = 10^{-5}$. Duljina početnog intervala za nalaženje nultočke mora biti barem $1/2$.

Napomena: Detaljno obrazložite sve svoje tvrdnje vezane za lokaciju nultočke i ocjenu greške!

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ

8. rujna 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter. Predajete samo papire koje ste dobili.

Izračunata rješenja (tj. brojevi) **bez ocjene greške** koja garantira traženu točnost **ne vrijede**, tj. donose 0 bodova! Rezultati i uvid u kolokvije: petak, 12. rujna 2008. u 10h

ZADATAK 1

1

(5 bodova.) “Teorijsko pitanje” — dopisati odgovor.

Polinomni stupanj egzaktnosti Gaussovih integracijskih formula je:

ZADATAK 2

2

(20 bodova.) Zadan je linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 12 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P , te matrice L i R tako da je $PA = LR$. Iz ove faktorizacije izračunajte rješenje zadanog sustava.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 3
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite kubični splajn s koji interpolira sljedeći skup podataka (točaka):

$$\begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline y_i & 2 & 1 & 2 & 1 \end{array} .$$

Za nalaženje splajna iskoristite “not-a-knot” (nije čvor) rubni uvjet.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 4
8. rujna 2008.

(15 bodova.) Diskretnom metodom najmanjih kvadrata nađite parametre a_1 i a_2 funkcije oblika

$$\varphi(x) = a_2x^2 + a_1x + 1,$$

koja zadovoljava uvjet $\varphi(-2) = 3$ i aproksimira zadani skup podataka (x_k, f_k) , $k = 0, \dots, n$.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 5
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Odredite težine w_1 , w_2 , w'_2 i čvor x_1 u općoj integracijskoj formuli oblika

$$\int_0^1 (1-x)^2 f(x) dx \approx w_1 f(x_1) + w_2 f(1) + w'_2 f'(1)$$

iz uvjeta egzaktnosti ove formule na vektorskom prostoru polinoma što je moguće većeg stupnja. Koliki je polinomni stupanj egzaktnosti ove formule?

Pomoću ove formule izračunajte približnu vrijednost integrala za $f(x) = (1-x)^{3/2}$ i nađite pravu grešku.

NUMERIČKA MATEMATIKA – POPRAVNI KOLOKVIJ – ZADATAK 6
8. rujna 2008.

(20 bodova.) Nađite najmanje pozitivno rješenje jednadžbe

$$\operatorname{ctg} x = 2x - 1$$

s točnošću $\varepsilon = 10^{-4}$. Duljina početnog intervala za nalaženje nultočke mora biti barem $1/2$.

Napomena: Detaljno obrazložite sve svoje tvrdnje vezane za lokaciju nultočke i ocjenu greške!