Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 1

16. travnja 2007.

Neka su $A \in M_3(\mathbb{R})$ i $f \in \mathbb{R}^3$ zadani sa

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & -\frac{2}{3} \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{4}{3} \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Riješite sustav $Ax = f$ koristeći LU-faktorizaciju sa parcijalnim pivotiranjem pri čemu u svakom koraku odaberite pivot takav da ima maksimalnu apsolutnu vrijednost u svom stupcu.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 2

16. travnja 2007.

Riješite sustav koristeći faktorizaciju Choleskog:

$$
\begin{array}{rcrcrcrcr}
x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 11 \\
2x_1 & + & 8x_2 & + & 4x_3 & + & 6x_4 & = & 38 \\
x_1 & + & 4x_2 & + & 6x_3 & + & 7x_4 & = & 35 \\
2x_1 & + & 6x_2 & + & 7x_3 & + & 18x_4 & = & 64
\end{array}
$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 3

16. travnja 2007.

Nađite interpolacijski polinom p stupnja 3 za funkciju:

$$f(x) = \sin(\frac{\pi x}{4})$$

sa čvorovima interpolacije $0, 1, 2$ i 4. Nađite $p(3)$, pravu pogrešku interpolacije u točki 3, kao i ocjenu pogreške interpolacije u točki 3.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 4

16. travnja 2007.

Zadan je skup točaka $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

(a) Koristeći metodu najmanjih kvadrata, izvedite algoritam za nalaženje elipse na kojoj bi približno ležale zadane točke i čije je središte u ishodištu a oba fokusa su na jednoj od koordinatnih osi. Sami predložite funkciju kojom bi se mjerilo "odstupanje" danih točaka od tražene elipse. Neka vaš alogritam ne postavlja nikakve uvjete u minimizaciji.

(b) Ako su zadane točke $P_1(\sqrt{5}, -\sqrt{5})$, $P_2(\sqrt{6}, \sqrt{6})$, $P_3(-\sqrt{8}, \sqrt{3})$ i $P_4(\sqrt{10}, \sqrt{2})$, odredite pomoću algoritma iz (a) traženu elipsu. Uočite da ne trebate pronaći cijelu ortogonalnu matricu Q već samo prvih nekoliko njezinih stupaca. Sve do rješavanja sustava nemojte uvoditi decimalne brojeve.

(c) (bonus, za dodatne bodove) Da li algoritam uspijeva pronaći elipsu za svaki polazni skup točaka? Ako da – dokažite, ako ne – pronađite primjer skupa točaka za kojeg algoritam ne uspijeva riješiti problem. Sve svoje tvrdnje detaljno obrazložite!

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 5

16. travnja 2007.

Neka je dan segment $[a, b]$ i u njemu točke $x_0 \leq x_1 \leq \ldots \leq x_n$.

(a) Neka je S skup svih funkcija $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Dokažite da je preslikavanje koje funkciji iz S pridružuje interpolacijski polinom stupnja n u čvorovima $x_0, x_1, \ldots, x_n$ jedan linearni operator.

(b) Neka su $p_0, \ldots, p_n$ polinomi pomoću čije linearne kombinacije dobivamo Newtonov oblik interpolacijskog polinoma. Pokažite da je skup $\{p_0, p_1, \ldots, p_n\}$ jedna baza u skupu polinoma stupnja manjeg ili jednakog n.