

KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

drugi kolokvij, 27. 1. 2006.

1. Jednakostraničnom trokutu ABC upisana je kružnica k , koja dodiruje stranice trokuta u točkama D , E i F . Promatrajmo inverziju sa središtem u točki F (polu-mjer odaberite po volji). Konstruirajte sliku trokuta ABC i kružnice k pri toj inverziji.

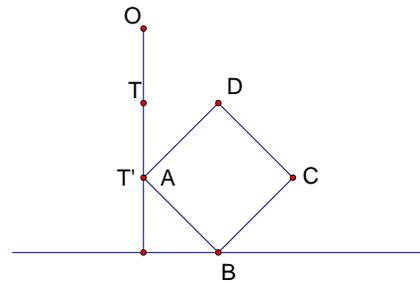
Skicirajte na istoj slici "original" i "slike". Označite posebno slike pojedinih stranica trokuta i upisane kružnice. Objasnite.

2. U ravnini su dane tri sukkladne kružnice $k_1 = k(O_1, r)$, $k_2 = k(O_2, r)$ i $k_3 = k(O_3, r)$. Pritom se k_1 i k_2 diraju u točki D i imaju u D zajedničku tangentu t ; kružnica k_3 ne siječe k_1 ni k_2 , a središte O_3 joj leži na t .

Konstruirajte kružnicu k koja dodiruje svaku od zadanih kružnica. Koliko zadatak ima rješenja? Napišite opis konstrukcije.

3. Perspektivna kolineacija određena je pravcem o (os), centrom O i parom pridruženih točaka T i T' koje leže na pravcu okomitom na o , tako da je $|OT| = |TT'| = d(T', o)$ (vidi sliku).

Neka je $ABCD$ kvadrat, kao na slici. Konstruirajte sliku $A'B'C'D'$ i prasluku $A^*B^*C^*D^*$ kvadrata $ABCD$ pri toj kolineaciji. (Dovoljne su uredne slike.)



4. Elipsa je zadana fokusom F_1 , svojim točkama A i B , te tangentom a u točki A . Konstruirajte drugi fokus F_2 te elipse. Napišite opis konstrukcije i dokaz.
5. Dane su točke A , B , C i pravac p . One određuju hiperbolu kojoj je p asimptota i koja prolazi točkama A , B i C . Konstruirati pravac kroz A , paralelan s drugom asimptomom hiperbole. Napisati opis konstrukcije i argumentirati (Pascalov teorem).

Mea Bombardelli

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Rezultati kolokvija će biti objavljeni do utorka 31. 1. 2006. Eventualne žalbe odmah nakon vježbi.