

Matematika (biolozi) - 2. kolokvij
24. 1. 2013.

1. (3 boda) Odredite domenu funkcije

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{x^2 - 68}{4 - x^2}\right) + \ln(20 + 8x - x^2).$$

2. (a) (2 boda) Odredite $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{5 - x}}$.

(b) (3 boda) Odredite $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5x)^{\frac{1}{\sin 2x}}$.

3. (7 bodova) Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.

4. (6 bodova) Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = (x - 2)e^{-x}$

5. (2 boda) Odredite $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$.

6. (3 boda) Odredite površinu između krivulja $y = x^2 - 3x$ i $y = -x^2 + 5x$.

7. (1 bod) Izračunajte prvu i drugu derivaciju funkcije $f(x) = xe^{5x}$ i provjerite da f zadovoljava diferencijalnu jednadžbu

$$xf(x)'' = 5(f(x) + xf'(x)).$$

8. Neka je dana funkcija $f(x) = |x^2 - 4|$.

(a) (2 boda) Odredite sve točke prirodne domene gdje je funkcija f neprekidna. Tvrdnje argumentirajte!

(b) (2 boda) Odredite sve točke prirodne domene gdje je funkcija f derivabilna. Tvrdnje argumentirajte!

(c) (1 bod) Izračunajte limes $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. Svaki korak detaljno argumentirajte.

9. (a) (1 bod) Definirajte pojam lokalnog maksimuma funkcije.

(b) (1 bod) Navedite nužan uvjet za lokalni ekstrem za derivabilne funkcije.

(c) (1 bod) Pokažite primjerom da nužan uvjet ne mora biti i dovoljan.

(d) (1 bod) Navedite neki dovoljan uvjet za lokalni maksimum.

(e) (1 bod) Ako funkcija nije derivabilna vrijedi li nužan uvjet. Zašto?

10. (a) (1 bod) Definirajte pojam Riemannovog integrala

(b) (2 boda) Pomoću definicije izračunajte integral funkcije $\int_0^1 (x - 1)dx$.

(c) (1 bod) Što je to primitivna funkcija?

(d) (1 bod) Kako bi gornji integral izračunali pomoću primitivne funkcije (navedite teorem)?