

Ime i prezime: _____ Broj bodova: _____

Matematika, PD Biologija — *Kolokvij br. 2*

26. 1. 2012.

Nije dozvoljeno koristiti nikakva pomagala osim pribora za pisanje i brisanje te tablica limesa, derivacija i integrala.

Vrijeme rješavanja: **120 minuta**. Ukupni broj bodova: **40**.

1. U točki $(1, 2)$ konstruirane su tangenta na krivulju $xy = 2$ i tangenta na krivulju $y^2 = 4x$.

(a) (*6 bodova*) Nađite jednadžbe tih tangenti.

(b) (*2 boda*) Izračunajte $\operatorname{tg} \varphi$, pri čemu je φ kut između tih tangenti.

2. (a) (3 boda) Provjerite da li je $y = \frac{2}{1+e^{-6x}}$ rješenje diferencijalne jednačbe $y' = 3y(2 - y)$.

(b) (2 boda) Kako se zove ta diferencijalna jednačba?

(c) (3 boda) Izračunajte prvu i drugu derivaciju funkcije $f(x) = x^{3x}$ te provjerite da f zadovoljava diferencijalnu jednačbu $xf(x)f''(x) - xf'(x)^2 - 3f(x)^2 = 0$.

3. (a) (4 boda) Odredite realni parametar a tako da funkcija zadana formulom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{e^x - 1} & \text{za } x < 0 \\ \frac{\cos x - 1}{x^2} & \text{za } x > 0 \\ a & \text{za } x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na cijelom \mathbb{R} .

(b) (4 boda) Izračunajte limes $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x-2)}{e^{x-3} - 1}$.

4. (8 bodova) Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije zadane formulom $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.

5. (a) (3 boda) Izračunajte određeni integral $\int_0^{\sqrt{\pi}} \sin(x^2) x dx$.

(b) (2 boda) Koji rezultat/formulu koristimo prilikom računanja određenih integrala? Iskažite taj rezultat.

(c) (3 boda) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama $y = x^2 - 2x - 4$ i $y = -x^2 - 2x + 4$.