

# UVOD U TEORIJU BROJEVA

kolokvij

27. 5. 1999.

1. a) Nađite cijele brojeve  $x$  i  $y$  takve da je  $333x + 707y = 1$ .  
b) Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 3 \pmod{7}, \quad x \equiv 2 \pmod{15}, \quad x \equiv 1 \pmod{17}.$$

2. Nađite najmanji primitivni korijen modulo 17, te pomoću indeksa riješite kongruenciju  $x^6 \equiv 13 \pmod{17}$ .
3. Izračunajte slijedeće Legendrove simbole:  $\left(\frac{-35}{97}\right)$ ,  $\left(\frac{111}{991}\right)$ .
4. Odredite  $h(-23)$ , te nađite reduciranu formu ekvivalentnu sa  $27x^2 + 25xy + 6y^2$ .
5. Dokažite da vrijedi:

$$\sum_{d|n} \frac{1}{d} = \frac{\sigma(n)}{n} \quad \text{i} \quad \sum_{n \leq x} \frac{\sigma(n)}{n} = \frac{\pi^2}{6} \cdot x + O(\ln x).$$

6. Nađite razvoje u jednostavni verižni razlomak brojeva  $\sqrt{23}$  i  $\sqrt{59}$ .  
Nađite sva rješenja Pellovih jednadžbi  $x^2 - 23y^2 = 1$  i  $x^2 - 59y^2 = 1$  za koja vrijedi  $1 < x < 2000$ .

Rezultati : petak, 28.5.1999. u 11 sati.

Andrej Dujella