

1	2	3	4	5	Σ

BROJ INDEKSA

IME I PREZIME

UVOD U TEORIJU BROJEVA

kolokvij, 20. 01. 2006.

1. (20) a) Dokažite: Za $n > 3$ brojevi n , $2n + 1$, $4n + 1$ nisu svi prosti.
 b) Odredite sve prirodne brojeve n za koje vrijedi $\varphi(n) = 20$.
 c) U cijelim brojevima riješite jednađbu $1499784x + 5796y = (1499784, 5796)$.
2. (20) a) Odredite $5^{214} \pmod{2201}$.
 b) Riješite sustav kongruencija

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{15}, \\ x \equiv 7 \pmod{40}, \\ x \equiv 3 \pmod{68}. \end{cases}$$

3. (20) a) Odredite $\left(\frac{60700000}{607}\right)$.
 b) Odredite $\left(\frac{19}{p}\right)$, za svaki prosti broj p .
4. (20) a) Razvijte u jednostavni verižni razlomak : $\frac{187}{57}, \frac{5796}{1499784}, \sqrt{73}$.
 b) Odredite broj $\alpha = [1, 2, \overline{1}, 3]$.
 c) Da li je razvoj broja e u verižni razlomak konačan? A periodski? Detaljno obrazložite!
5. (20) a) Odredite $h(-23)$ i sve reducirane kvadratne forme koje imaju diskriminantu -23 .
 b) Odredite najmanje pozitivno rješenje jednađbe $x^2 - 73y^2 = -1$ i jednađbe $x^2 - 73y^2 = 1$.
 c) Odredite sve Pitagorine trokute čije stranice su u aritmetičkoj progresiji.

Napomena. Vrijeme rješavanja je 120 minuta.

Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka!