

# MATEMATIČKE STRUKTURE

## 2. kolokvij

21. 1. 2000.

1. Nađite red
  - a) elementa  $-1$  u grupi  $(\mathbf{R}^*, \cdot)$ ,
  - b) elementa  $6$  u grupi  $(\mathbf{Z}_8, +_8)$ ,
  - c) elementa  $6$  u grupi  $(\mathbf{Z}_{11}, +_{11})$ .
2. Neka je  $H$  normalna podgrupa grupe  $G$  i neka su  $a, b \in G$ . Dokažite da vrijedi:
$$ab \in H \iff ba \in H.$$
3. Neka je  $G = \mathbf{Z}_4 \times \mathbf{Z}_2$ ,  $H = \{(2, 0), (0, 0)\}$ ,  $K = \{(0, 1), (0, 0)\}$ . Dokažite da grupe  $G/H$  i  $G/K$  nisu izomorfne.
4. Dokažite da brojevi oblika  $a + b\sqrt{5}$ ,  $a, b \in \mathbf{Q}$ , uz uobičajeno zbrajanje i množenje, čine polje. Odredite inverz, obzirom na množenje, elementa  $x = 2 - 3\sqrt{5}$ .

Dozvoljeno je korištenje džepnog kalkulatora, logaritamskih tablica i Matematičkog priručnika Bronštejn - Semendjajev.

Rezultati :

Andrej Dujella