

Aktuarska matematika II, 3.dio

Bojan Basrak — nadopunjeni prijevod materijala Inst. of Actuaries

2020

1. Analiza razvojnih trokutova

Porijeklo razvojnih trokutova

Razvojni trokuti (trokuti odgode, engl. run-off/delay triangles) obično se pojavljuju u tipovima osiguranja (naročito neživotnog osiguranja) gdje može proteći neko vrijeme nakon štete dok se potpuno ne saznaju iznosi šteta koji se trebaju isplatiti. Važno je da se štete pripišu godini u kojoj je polica zaključena.

Osigurateljno društvo treba znati koliki iznos šteta je obavezno platiti da bi moglo izračunati koliki ima višak. Međutim, može proći puno godina prije no što sazna točne ukupne štete. Postoji mnogo razloga za odgode do konačnog rješavanja ukupnih iznosa štete. Odgoda se može pojaviti prije prijave štete i/ili između prijave i konačnog podmirenja štete.

Jasno je da iako osigurateljno društvo ne zna točne brojke za ukupne štete svake godine, ono mora pokušati procijeniti tu brojku čim pouzdanije i točnije moguće.

Prikaz podataka o štetama

Postoji nekoliko načina predstavljanja podataka o štetama koji naglašavaju različite aspekte podataka. Ovdje će podaci biti prikazani kao trokut, što je najčešće korištena metoda. Godina u kojoj je zaključen posao i u kojoj je osiguratelj bio u riziku zove se godina nastanka štete. Broj godina do isplate zove se odgoda, ili razvojni period. Podaci o štetama podijeljeni su po godini nastanka štete i po razvojnoj godini. Sljedeća tablica je primjer podataka o štetama prikazanih pomoću godine nastanka štete i razvojne godine. U nekim tipovima osiguranja može biti relevantno promatrati razvoj šteta po mjesecima ili kvartalima, ali principi ostaju nepromijenjeni.

Primjer Kumulativne isplate štete

Godina nastanka štete	Razvojna godina				
	0	1	2	3	4
1992	786	1410	2216	2440	2519
1993	904	1575	2515	2796	
1994	995	1814	2880		
1995	1220	2142			
1996	1182				

Brojke su kumulativne i predstavljaju ukupan iznos isplaćen do kraja svake razvojne godine. Bile su sastavljene nakon završetka godine nastanka štete 1996. Za godinu nastanka štete 1996., prikazane su samo isplate s odgodom 0. Za godinu nastanka štete 1995., prikazane su isplate s odgodom 0 i 1, i tako dalje.

Zadatak je odrediti koliki iznosi se još trebaju isplatiti u odnosu na danu godinu nastanka štete. To se može učiniti za 1996. gledajući prethodne godine nastanka štete. Ako kumulativne isplate rastu na sličan način, vjerojatno je da bi mogle biti oko 3788 kroz četiri godine. Ta brojka dobivena je uz pretpostavku da je godina nastanka štete 1996. slična po uzorku isplata godini nastanka štete 1992., te uz procjenu kumulativnih isplata na kraju razvojne godine 4 pomoću

$$1182 \times \frac{2519}{786} = 3788.$$

To nije nužno “najbolja” procjena, ali je moguće popuniti donji trokut u gornjem primjeru usporedbom sadašnjih brojki s prošlim iskustvom. Taj proces je glavni objekt ovog poglavlja.

Projekcije korištenjem razvojnih faktora

▷ Uzorci razvoja

Osnovna pretpostavka u procjeni neriješenih šteta odnosi se na uzorak razvoja. Najjednostavnija pretpostavka je da će isplate nastajati na sličan način svake godine nastanka štete. Proporcionalni porast u poznatim kumulativnim isplatama iz jedne godine u drugu, može se tada iskoristiti za računanje očekivanih kumulativnih isplata za buduće razvojne godine.

Medjutim, kao što pokazuje sljedeći primjer, postoji više mogućnosti za omjer koji treba koristiti za projiciranje budućih šteta.

Napomena: Omjer koji se koristi za projiciranje budućih šteta zove se razvojni faktor.

Primjer Proporcionalni porasti kumulativnih isplata

Godina nastanka štete	Razvojna godina								
	0	1	2	3	4				
1992	786	<i>1.794</i>	1410	<i>1.572</i>	2216	<i>1.101</i>	2440	<i>1.032</i>	2519
1993	904	<i>1.742</i>	1575	<i>1.597</i>	2515	<i>1.112</i>	2796		
1994	995	<i>1.823</i>	1814	<i>1.558</i>	2880				
1995	1220	<i>1.756</i>	2142						
1996	1182								

Svaka godina nastanka štete od 1992. do 1995. ima drugačiji omjer za porast kumulativnih isplata od razvojne godine 0 do razvojne godine 1. Nije jasno koji od njih je “ispravan” za projiciranje unaprijed za godinu nastanka štete 1993. Za konzervativnu procjenu kumulativnih isplata, možda bi bilo najbolje uzeti najveći omjer - t.j. 1.823.

Medjutim, neka vrsta usrednjenja omjera čini se prikladnijom. Moguće je koristiti jednostavnu aritmetičku sredinu:

$$\frac{1.794 + 1.742 + 1.823 + 1.756}{4} = 1.779.$$

Nedostatak toga je da ne uzima u obzir da godine u kojima ima više šteta daju više informacija. Stoga, čim je veći iznos šteta, tim je veće povjerenje koje možete imati u omjer. To sugerira korištenje težinske sredine i uobičajen izbor težina su kumulativne vrijednosti šteta.

Godina
nastanka štete Omjer Težina

1992	1.794	786
1993	1.742	904
1994	1.823	995
1995	1.756	1220

$$\frac{1.794 \times 786 + 1.742 \times 904 + 1.823 \times 995 + 1.756 \times 1220}{786 + 904 + 995 + 1220} = 1.777$$

Ta metoda procjene omjera koji opisuju uzorak razvoja zove se metoda ulančanih ljestvica (engl. chain ladder method). Najefikasniji način računanja omjera dan je u sljedećoj sekciji.

Metoda ulančanih ljestvica/chain ladder method

Ova metoda računanja razvojnih omjera pokazana je u sljedećem primjeru:

Primjer

Prisjetimo se da je omjer u godini nastanka štete 1992. izračunat kako slijedi:

$$1.794 = \frac{1410}{786}$$

Omjeri za druge godine nastanka štete izračunati su na sličan način. Brojnik jednadžbe na kraju sekcije 1.1 može se stoga zapisati kao

$$\begin{aligned} & \frac{1410}{786} \times 786 + \frac{1575}{904} \times 904 + \frac{1814}{995} \times 995 + \frac{2142}{1220} \times 1220 \\ & = 1410 + 1575 + 1814 + 2142. \end{aligned}$$

Stoga se razvojni faktor može izračunati korištenjem kumulativnih šteta u razvojnim godinama 0 i 1:

$$\frac{1410 + 1575 + 1814 + 2142}{786 + 904 + 995 + 1220} .$$

Ime ove metode vjerojatno proizlazi iz “ljestvičastih” operacija koje su ulančane preko razvojnih godina. Razvojni faktori za tehniku ulančanih ljestvica mogu se pronaći za svaku razvojnu godinu dodavanjem odgovarajućeg broja članova. To je ilustrirano u sljedećoj tablici.

GNŠ	0	1	RG	2	3	4
1992	786	1410	2216	2440	2519	
1993	904	1575	2515	2796		
1994	995	1814	2880			
1995	1220	2142				
1996	1182					
	$\frac{6941}{3905}$	$\frac{7611}{4799}$	$\frac{5236}{4731}$	$\frac{2519}{2440}$		
	$f(1) = 1.777$	$f(2) = 1.586$	$f(3) = 1.107$	$f(4) = 1.032$		

Razvojni faktori izračunati su za svaku razvojnu godinu. Sada je moguće projicirati unaprijed svaku godinu nastanka štete.

Za godinu nastanka štete 1996. projekcije kumulativnih šteta su

$$1182 \times 1.777 = 2100$$

$$1182 \times 1.777 \times 1.586 = 3331$$

$$1182 \times 1.777 \times 1.586 \times 1.107 = 3688$$

$$1182 \times 1.777 \times 1.586 \times 1.107 \times 1.032 = 3806$$

Za godinu nastanka štete 1995., počinje se od razvojne godine 1 i koriste samo zadnja 3 povezna omjera.

Primjer Projekcije kumulativnih isplata

Godina nastanka štete	Razvojna godina				
	0	1	2	3	4
1992					
1993					2885
1994				3188	3290
1995			3397	3761	3881
1996		2100	3331	3688	3806

Uočite da se ne može napraviti projekcija za prvu godinu nastanka štete, budući da nije moguće projicirati poslije najviše razvojne godine.

Pričuva koju treba držati na kraju 1996. je zbroj, kroz sve godine nastanka štete za koje je napravljena projekcija, razlika medju kumulativne isplate na kraju razvojne godine 4 i zadnjeg poznatog upisa u razvojnom trokutu za tu godinu nastanka štete.

Dakle, iz dosadašnjih razmatranja, pričuva na kraju 1996. je:

$$(2885 - 2796) + (3290 - 2880) + (3881 - 2142) + (3806 - 1182) = 4862.$$

Uočite da diskontna stopa nije primjenjena na isplate u različitim godinama.

Provjera modela

Tehnika ulančanih ljestvica primarno se koristi za procjenu razvoja kumulativnih isplata šteta. Međutim, korisno je provjeriti da li je razumno prilagođena podacima o štetama koje su već zaprimljene. Da bismo to ilustrirali, pogledajmo podatke iz prvog primjera.

Da bismo provjerali koliko je dobra tehnika ulančanih ljestvica, u sljedećem primjeru razmatrat ćemo štete za godine nastanka štete 1992.-1995.

Primjer

Ako su stvarne štete u razvojnoj godini 0 kako slijedi:

1992	786
1993	904
1994	995
1995	1220

Razvojni faktori izračunati u Sekciji 2.2 bili su 1.777, 1.586, 1.107 i 1.032. Koristimo li ih, možemo dobiti procjene kumulativnih isplata šteta u svakoj razvojnoj godini. Posebno je zanimljivo usporediti te procjene sa stvarnim vrijednostima danim na slici .

Sljedeća tablica daje “prilagodjene” vrijednosti korištenjem tehnike ulančanih ljestvica.

Primjer Prilagodjene kumulativne isplate štete

Godina nastanka štete	Razvojna godina				
	0	1	2	3	4
1992	786	1397	2215	2452	2531
1993	904	1606	2548	2820	
1994	995	1768	2804		
1995	1220	2168			

Možemo usporediti ovu tablicu s originalnim podacima. Međutim, kada se promatra prilagodba modela, preporučljivije je gledati poraste u kumulativnim isplatama. To daje bolju usporedbu.

Porasti kumulativnih isplata s razvojnim godinama (stvarnim i prilagođenim) dani u sljedećoj tablici.

Primjer Razvojna godina

		0	1	2	3	4
1992	stvarni	786	624	806	224	79
	prilagodjeni	786	611	818	237	79
	greška	--	13	-12	-13	0
1993	stvarni	904	671	940	281	
	prilagodjeni	904	702	942	272	
	greška	--	-31	-2	9	
1994	stvarni	995	819	1066		
	prilagodjeni	995	773	1036		
	greška	--	46	30		
1995	stvarni	1220	922			
	prilagodjeni	1220	948			
	greška	--	-26			

Nijedna greška nije toliko velika da bi sugerirala netočnost modela.
Medjutim, usprkos toj provjeri potpuno je moguće da su dobivene procjene slab vodič za budućnost.

Druge metode izvoda razvojnih faktora

Moguće je izračunate razvojne faktore prilagoditi u svjetlu drugih informacija. Toj metodi koja koristi ranije znanje može se formalno pristupiti, ali je to češće ad hoc prilagodba. Mogu postojati dobri razlozi za promjenu razvojnih faktora. Na primjer, preinake u računovodstvenim metodama ili administraciji odštetnih zahtjeva mogu promijeniti brzinu rješavanja šteta. To može dovesti do promjena u razvojnim faktorima i bilo bi razborito da se to odrazi na procjene budućih isplata šteta. Bilo da su izračunati neposredno iz podataka, bilo da su određeni ekspertnim znanjem, razvojni faktori se uvijek koriste na isti način za procjenu isplata neriješenih šteta.

Metoda ulančanih ljestvica može se upotrijebiti i na trokut podataka omjera šteta umjesto na kumulativne isplate, gdje je osigurateljna kvota šteta (engl. loss ratio) za danu razvojnu godinu i godinu nastanka štete kumulativna isplata do uključivo te razvojne godine podijeljena s ukupnim premijama u odnosu na danu godinu nastanka štete.

Pretpostavke u temelju metode

Tehnika ulančanih ljestvica zasniva se na pretpostavci da će se isplate za svaku godinu nastanka štete razvijati na isti način. Drugim riječima, isti razvojni faktori primjenjuju se za projekciju neriješenih šteta za svaku godinu nastanka štete. Promjene u stopi nastanka šteta mogu se uključiti samo “ručnom prilagodbom” razvojnih faktora.

Prilagodba za inflaciju

◇ Metoda ulančanih ljestvica prilagodjena za inflaciju

▷ Inflacija u proteklom razdoblju

Inflacija će utjecati na isplate u razvojnom trokutu po kalendarskoj godini isplate. U ovdje promatranom modelu, pretpostavit će se da je godišnja stopa inflacije ista za sve štete unutar određene kalendarske godine isplate. Svaka kalendarska godina isplate odgovara dijagonali u trokutu. Za ilustraciju, pogledajte opet prvu tablicu.

Kada se prilagodjuje za inflaciju, potrebno je promatrati isplate u svakoj kalendarskoj godini, a ne kumulativne isplate. Prvi korak je izračunati priraste isplata iz kumulativnih isplata oduzimanjem duž svakog retka. Ista operacija bila je provedena u odjeljku 2.2 i sljedeća tablica može se usporediti s prethodnom.

Primjer

Tablica daje priraste (ili nekumulativne) isplate šteta za podatke iz prvog primjera.

Primjer Prirasti isplata šteta u novčanim iznosima

	Godina nastanka štete	Razvojna godina				
		0	1	2	3	4
	1992	786	624	806	224	79
	1993	904	671	940	281	
	1994	995	819	1066		
	1995	1220	922			
	1996	1182				

Pretpostavimo da su godišnje stope inflacije korištene za isplate šteta kroz 12 mjeseci sve do sredine dane godine kao što slijedi:

1993	5.1%
1994	6.4%
1995	7.3%
1996	5.4%

Zbog jednostavnosti je također pretpostavljeno da se isplate vrše sredinom svake kalendarske godine. Sada je moguće izračunati indeks za pretvorbu svih isplata na cijene sredinom 1996.

Isplate iz prethodne tablice sada se mogu prilagoditi korištenjem stopa inflacije. Nova tablica daje podatke o prirastima isplata prilagodjenim za inflaciju.

Primjer Prirasti isplata šteta u cijenama sredinom 1996.

Godina nastanka štete	Razvojna godina				
	0	1	2	3	4
1992	994	751	912	236	79
1993	1088	759	991	281	
1994	1125	863	1066		
1995	1286	922			
1996	1182				

Sada je jednostavno formirati tablicu kumulativnih isplata prilagodjenih za inflaciju na koju se može primjeniti tehnika ulančanih ljestvica. Predvidjanja kumulativnih isplata po cijenama sredinom 1996. sada iznose

Primjer Predvidjanja kumulativnih isplata po cijenama sredinom 1996.

Godina nastanka štete	Razvojna godina				
	0	1	2	3	4
1993					3203
1994				3341	3431
1995			3383	3701	3801
1996		2048	3138	3433	3526

▷ Inflacija u budućem razdoblju

Predviđanja kumulativnih isplata ne uzimaju, međutim, u obzir inflaciju u budućem razdoblju. Da bi se prognozirale stvarne isplate, potrebno je pretpostaviti buduću stopu inflacije. Ponovno je potrebna pretvorba sa kumulativnih isplata na nekumulativne podatke prije njihove prilagodbe za inflaciju u budućem razdoblju, slično kao kod uzimanja u obzir inflacije u proteklom razdoblju.

Primjer

Primjenimo na podatke iz zadnje tablice godišnju stopu inflacije od 10% (na dan 30. lipnja). Dobivamo revidirana predviđanja kumulativnih isplata šteta kao što slijedi:

Primjer Predvidjanja kumulativnih isplata šteta u novčanim iznosima

Godina nastanka štete	Razvojna godina				
	0	1	2	3	4
1993					2888
1994				3196	3305
1995			3435	3820	3953
1996		2135	3454	3847	3983

Pričuva koju treba držati na kraju 1996. je 5129.

◇ Pretpostavke u temelju metode

Ključna pretpostavka u temelju metode je da je za svaku godinu nastanka štete, iznos isplaćenih šteta, u realnoj vrijednosti, u svakoj razvojnoj godini konstantan omjer ukupnih šteta, u realnoj vrijednosti, iz te godine nastanka štete.

EksPLICITNO se pretpostavlja inflacija u proteklom i budućem razdoblju.

Metoda prosječnog troška po šteti

Ova metoda zasebno razmatra dva ključna elementa ukupnih odštetnih zahtjeva, naime broj odštetnih zahtjeva i prosječne iznose šteta.

Opis metode

Ova metoda zahtijeva razvoj tablica i za ukupne štete i za broj odštetnih zahtjeva.

Treća razvojna tablica, za prosječne iznose šteta, tada se formira dijeljenjem brojki u odgovarajućim elementima prve dvije tablice.

Sljedeći korak je projiciranje brojki u tablici prosječnih šteta i tablici broja odštetnih zahtjeva, korištenjem bilo **bruto faktora** (engl. grossing-up factors), bilo razvojnih faktora. Sjetimo se razvojnih faktora $f(i)$ i pretpostavimo do je k završna godina razvoja šteta, definirajmo i $g(j) = f(j+1) \cdots f(k)$. Dakle nakon razvojne godine j , štete množimo s $g(j)$ da dobijemo procjenu krajnje štete. Bruto faktor za kumulativne štete je jednostavno udio kumulativne štete do razvojne godine j u krajnjoj šteti, dakle

$$\frac{1}{g(j)},$$

a možemo ga računati i za broj šteta, trošak po šteti,...

Projicirane krajnje štete mogu se izračunati množenjem, za svaku godinu nastanka štete, projiciranih brojki za prosječne iznose šteta i broja odštetnih zahtjeva.

Tada se može izračunati pričuva oduzimanjem svih dosadašnjih isplata s obzirom na štete koje se odnose na podatke u tablici.

Dolje je dan primjer koji ilustrira taj proces.

Primjena metode

Metoda prosječnog troška po šteti nije jedinstveno definirana. Stoga se može jednako primjeniti na kohortu godine nastanka štete, bilo za isplaćene, bilo za nastale štete, ili na kohortu godine prijave štete. Važno je, međutim, osigurati da oblik podataka za broj odštetnih zahtjeva odgovara onom za ukupan iznos šteta (tj., isplaćene štete odgovaraju broju riješenih šteta, a nastale štete odgovaraju prijavljenom broju).

Naravno, važno je primjenjivati metodu samo na podatke za koje se razvoj smatra stabilnim i stoga prikladnim za projiciranje u budućnost. Vjerojatnije je da će prijavljivanje štete biti stabilnije od rješavanja, stoga se donji primjer odnosi na nastale štete.

Nadalje, metoda nije jedinstveno definirana u odnosu na korištenje određenog oblika bruto faktora ili razvojnih faktora. Međutim, metoda bruto faktora se općenito smatra jednostavnijom i u primjeru koji slijedi koristi se u svojem jednostavnom prosječnom obliku.

Konačno, gore opisana metoda zanemaruje bilo kakvu prilagodbu za inflaciju. To se, međutim, može učiniti na točno isti način kao kod prilagodbe osnovne metode ulančanih ljestvica i tvorbe metode ulančanih ljestvica prilagodjene na inflaciju (tj., ako su korišteni podaci prilagodjeni za inflaciju, jednostavno bi se zahtijevalo da se indeks buduće inflacije primjeni na neku-mulativne projicirane prosječne iznose šteta prije množenja s projiciranim brojem odštetnih zahtjeva). U praksi se normalno radi prilagodba za inflaciju.

Primjer Kumulativni podaci nastalih šteta, po godinama nastanka štete i prijavljenom razvoju

		RG						
		0	1	2	3	4	5	krajnje
GNŠ	1	2777	3264	3452	3594	3719	3717	3717
	2	3252	3804	3973	4231	4319		
	3	3725	4404	4779	4946			
	4	4521	5422	5676				
	5	5369	6142					
	6	5818						

Primjer Broj prijavljenih odštetnih zahtjeva, po godinama nastanka štete i prijavljenom razvoju

		RG						
		0	1	2	3	4	5	krajnje
GNŠ	1	414	460	482	488	492	494	494
	2	453	506	526	536	539		
	3	494	548	572	582			
	4	530	588	615				
	5	545	605					
	6	557						

Dijeljenje svakog elementa u prvoj tablici s odgovarajućim elementom u drugoj tablici daje akumulirane prosječne nastale troškove po šteti.

Primjer Prosječni nastali troškovi po šteti, po godinama nastanka štete i prijavljenom razvoju

		RG						krajnje
		0	1	2	3	4	5	
GNŠ	1	6.708	7.096	7.162	7.365	7.559	7.524	7.524
	2	7.179	7.518	7.553	7.894	8.013		
	3	7.540	8.036	8.355	8.498			
	4	8.530	9.221	9.229				
	5	9.851	10.152					
	6	10.445						

Te tablice vode do bruto faktora i projiciranih krajnjih brojki danih u sljedećoj tablici (projekcije se zasnivaju na podvučenim jednostavnim prosjecima bruto faktora).

Primjer Prosječni iznosi šteta

		RG						
		0	1	2	3	4	5	krajnje
GNŠ	1	6.708 89.2%	7.096 94.3%	7.162 95.2%	7.356 97.9%	7.559 100.5%	7.524 100.0%	7.524
	2	7.179 90.0%	7.518 94.3%	7.553 94.7%	7.894 99.0%	8.013 <u>100.5%</u>		7.973
	3	7.540 87.4%	8.036 93.1%	8.355 96.8%	8.498 <u>98.45%</u>			8.632
	4	8.530 88.4%	9.221 95.5%	9.229 <u>95.57%</u>				9.657
	5	9.851 91.5%	10.152 <u>94.3%</u>					10.766
	6	10.445 <u>89.3%</u>						11.697

Primjer Broj odštetnih zahtjeva

		RG						
		0	1	2	3	4	5	krajnje
GNŠ	1	414 83.8	460 93.1	482 97.6	488 98.8	492 99.6	494 <u>100.0%</u>	494
	2	453 83.7	506 93.5	526 97.2	536 99.1	539 <u>99.6%</u>		541
	3	494 84.0	548 93.2	572 97.3	582 <u>98.95%</u>			588
	4	530 84.0	588 93.2	615 <u>97.37%</u>				632
	5	545 84.1	605 <u>93.25%</u>					649
	6	557 <u>83.92%</u>						11.664

Ukupna krajnja šteta je stoga zbroj sljedećih projiciranih iznosa za svaku godinu nastanka štete:

	Prosječni GNŠ trošak po šteti	× Broj zahtjeva	= Projicirana procjena štete
1	7.524	494	3717
2	7.973	541	4313
3	8.623	588	5076
4	9.657	632	6103
5	10.766	649	6987
6	11.697	664	7767

Ukupna projicirana procjena štete = 33963

Ukoliko do sada isplaćene štete iznose 20334, ukupna potrebna pričuva bila bi 13629.

◇ Pretpostavke u temelju modela

Budući da ne postoji jedinstven način definiranja metode, ne postoji niti jedinstven skup pretpostavki. Posebno će pretpostavke koje se odnose na inflaciju ovisiti o korištenim podacima.

Općenito, međjutim, pretpostavke su da su za svaku godinu nastanka štete i broj i prosječni iznos šteta u odnosu na svaku razvojnu godinu u konstantnom omjeru sa ukupnim brojem i iznosom šteta za tu godinu nastanka štete.

Konačno, korisno je spomenuti sljedeće: da bi pretpostavke vrijedile za ovu metodu, normalno je da one također vrijede i za jednostavniju metodu koja primjenjuje ukupan, a ne prosječan, iznos šteta, kao što je metoda ulančanih ljestvica.

2. Osigurateljna kvota šteta

Omjer nastalih šteta i prihodovanih premija kroz definirani period zove se osigurateljna kvota šteta.

Ispitivanja omjera šteta za svaku od nekoliko različitih godina nastanka štete obično bi pokazala izvjesnu konzistentnost, uz uvjet da nisu postojale iskrivljenosti, i naročito, nikakve značajne promjene stopa premija.

Očekivana osigurateljna kvota šteta će takodjer biti dio izvoda osnova za premije.

Stoga je logično da se osigurateljna kvota šteta, bazirana na prošlim podacima, pogledima preuzimača rizika, ili tržišnim podacima, može koristiti kao osnova za procjenu mogućih gubitaka, te zato i neriješenih šteta. Međutim, samo za sebe to je gruba mjera zbog fluktuacija prirodjenih svakom opažanju šteta.

Bornhuetter-Fergusonova (B-F) metoda

▷ Koncept Bornhuetter-Fergusonove metode

Bornhuetter-Fergusonova metoda kombinira osigurateljnu kvotu šteta s metodom projekcije. Ona dakle koristi izvanjsko (apriorno) iskustvo npr. da 77% premija na kraju bude isplaćeno na ime šteta. Kako koristi tu procjenu zajedno s procjenjenim razvojnim faktorima mogli bismo reći da je ova metoda u duhu "bayesovska".

Ona stoga poboljšava grubu upotrebu omjera šteta uzimajući u obzir informaciju dobivenu zadnjim razvojnim uzorkom šteta, dok dodatak omjera šteta metodi projekcije služi za stabilnost protiv iskrivljenja u razvojnom uzorku.

Koncepti u temelju metode su:

- Kakve god štete su se već razvile u odnosu na danu godinu nastanka štete, daljni uzorak razvoja slijedit će onaj već doživljen za druge godine nastanka štete.
- Protekli razvoj za danu godinu nastanka štete ne pruža nužno bolji ključ za buduće štete od općenitijeg omjera šteta.

Uočimo $g(j) = f(j+1) \cdots f(k)$ je faktor kojim kumulativne štete u nakon godine razvoja j treba pomnožiti da dobijemo krajnje štete. Tako je

$$1 - \frac{1}{g(j)}$$

udio preostalih (još nerazvijenih) šteta u krajnim štetama za godinu j .

Opis B-F metode

U svojem najjednostavnijem obliku koncept vodi do sljedećeg pristupa izračunima:

1. Odrediti početnu procjenu ukupnih krajnjih šteta za svaku godinu nastanka štete korištenjem premija i omjera šteta.
2. Korigirati te procjene faktorima projekcije određenim, na uobičajen način, iz tablice razvoja šteta. To su efektivno procjene šteta koje su se trebale razviti do danas.
3. Oduzeti te iznose od odgovarajućih ukupnih krajnjih šteta da bi se dobila procjena iznosa šteta koji se još trebaju razviti.

Jasno, ta tri koraka mogu se kombinirati i izraziti kao:

$$\text{Preostali razvoj šteta} = \text{Premije} \times \text{Procj. kvota šteta} \times \left(1 - \frac{1}{g(j)}\right)$$

Kako je konačna procjena krajnje štete zasnovana na opaženim podacima i na početnoj procjeni koja zanemaruje opažanja, na tu metodu možemo gledati kao na metodu s Bayesovskim pristupom.

Primjena B-F metode

U svom izvornom obliku, Bornhuetter-Fergusonova metoda bila je primjenjena na razvoj nastalih šteta. Međutim, isto tako se može primjeniti na razvoj isplaćenih šteta, korištenjem bilo kohorte godine nastanka štete, bilo kohorte osigurateljne godine.

Nadalje, izvorna projekcija načinjena je korištenjem pristupa ulančanih ljestvica, iako se lako mogu primjeniti i alternativni razvojni faktori ili bruto faktori.

U izvornom obliku takodjer nije bilo eksplicitne prilagodbe za inflaciju, iako se metoda može prilagoditi na sličan način kao i druge metode. Sljedeći primjer zasnovan je na izvornom obliku metode, ali će ispitivač očekivati da studenti mogu primjeniti metodu na isplaćene štete. Prvi korak je odrediti razvojne faktore korištenjem iste metode kao kod metode ulančanih ljestvica.

Primjer Kumulativni podaci nastalih šteta, po godinama nastanka štete i prijavljenom razvoju

		RG						
		0	1	2	3	4	5	<i>krajnje</i>
GNŠ	1	2866	3334	3503	3624	3719	3717	3717
	2	3359	3889	4033	4231	4319		
	3	3848	4503	4779	4946			
	4	4673	5422	5676				
	5	5369	6142					
	6	5818						
UKUPNO		25933	23290	17991	12801	8038	3717	
UKUPNO - zadnji broj:		20115	17148	12315	7855	3719		
OMJER ($f(j+1)$)		1.158	1.049	1.039	1.023	0.999		
RAZVOJNI FAKTOR ($g(j)$)		1.290	1.114	1.062	1.022	0.999		

Nadalje, očekivana krajnja osigurateljna kvota šteta, recimo 83%, primjenjuje se na prihodovane premije (PP) da bi se dobila početna procjena ukupne krajnje štete (KŠ) za svaku godinu nastanka štete.

Primjer Početna procjena ukupnih krajnjih šteta, po godini nastanka štete

GNŠ	1	2	3	4	5	6
PP	4486	5024	5680	6590	7482	8502
KŠ (0.83PP)	3723	4170	4714	5470	6210	7057

(NB: U ovom primjeru je očekivana osigurateljna kvota štete uzet kao onaj doživljen za potpuno razvijenu prvu godinu nastanka štete. To je učinjeno isključivo na osnovu nedostatka drugih informacija).

Sljedeći korak je primjena razvojnih faktora za procjenu krajnjih šteta i dodatak nastalih šteta koje su već prijavljene.

Primjer Revidirana procjena ukupnih krajnjih šteta, po godini nastanka štete

GNŠ	6	5	4	3	2	1
$g(j)$	1.290	1.114	1.062	1.022	0.999	1.000
$1 - 1/g(j)$	0.225	0.102	0.058	0.022	-0.001	0
Početna KŠ	7057	6210	5470	4714	4170	3723
Nastajuća obveza	1588	633	317	104	-4	0
Prijavljena obveza	5818	6142	5676	4946	4319	3717
Krajnja obveza	7406	6775	5993	5050	4315	3717

Ukupna krajnja obveza u odnosu na tih šest godina nastanka štete je stoga 33256. Ako do danas isplaćene štete iznose 20344, ukupna potrebna pričuva bila bi 12922.

◇ Pretpostavke u temelju metode

Pretpostavke ponovno ovise o tome da li se koristi izvorna ili popravljena verzija metode.

Za izvornu metodu pretpostavke su iste kao kod osnovne metode ulančanih ljestvica, zajedno s pretpostavkom da je procijenjena osigurateljna kvota šteta odgovarajuća.

3. Stohastička analiza razvojnih trokutova

Protivno duhu ostatka kolegija, mi nismo ni pokušavali kvantificirati neizvjenost u našim procjenama pričuva. Razvojne faktore tretirali smo kao konstantne, no u literaturi ima puno pokušaja da se isplaćeni iznosi tijekom razvojnog perioda modeliraju slučajnim varijablama. Ovakav pristup daje mogućnost diskusije pouzdanosti dobivenih pričuva i evt. čak njihove intervalne procjene.

Neke od tih metoda su: Mackova metoda i Munich chain ladder metoda. One se mogu koristiti i u kombinaciji s bootstrap metodom kako bi se procijenila i varijabilnost dobivenih pričuva.